



UNIVERSIDAD DE OVIEDO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

EXPLICACIÓN FÍSICA DE LA CONSONANCIA Y DISONANCIA MUSICAL Y
SU APLICACIÓN A LAS ESTRUCTURAS ARMÓNICAS DE LAS ESCALAS
OCCIDENTALES Y ORIENTALES

AUTORA: OLAYA FERNÁNDEZ HERRERO

*La ciencia y la música actual exigen de un
proceso de pensamiento homogéneo.*

ALBERT EINSTEIN

Índice

Agradecimientos.....i

Resumen.....iii

Capítulo 1: Introducción teórica sobre acústica musical..... 1

1.1 Cuerda frotada: el Violín..... 2

1.2. Tubo semiabierto: el Clarinete..... 4

1.3 Tubo abierto: Órgano de Tubos..... 7

1.4 Instrumento de medida: el Monocordio..... 10

1.5 Elementos del sonido..... 12

1.6 Teorema de Fourier..... 14

1.7 Principio de Superposición..... 15

1.8 Anchura de Banda Crítica..... 16

Capítulo 2: Introducción teórica sobre disonancia musical..... 17

Capítulo 3: Introducción teórica sobre música occidental y oriental..... 29

3.1 Música occidental..... 30

3.2 Música oriental..... 32

3.2.1 Música india..... 32

3.2.2 Música árabe..... 35

Capítulo 4: Estudio experimental sobre intervalos en las escalas occidentales..... 39

4.1 Objetivos..... 39

4.2 Experimento..... 39

4.3 Estudio sobre el violín..... 40

4.4 Estudio sobre el clarinete..... 49

4.5 Estudio sobre el órgano..... 57

<i>Capítulo 5: Estudio experimental sobre intervalos en las escalas orientales.....</i>	63
5.1 Objetivos.....	63
5.2 Experimento.....	63
<i>Capítulo 6: La consonancia como fundamento en la construcción de las escalas occidentales y orientales.....</i>	71
6.1 Objetivos.....	71
6.2 Música Occidental.....	71
6.2.1 Escala de Pitágoras.....	72
6.2.2 Escala de Ramos de Pareja.....	72
6.2.3 Una escala de Salinas.....	73
6.2.4 Escala de Zarlino.....	74
6.3 Música Oriental:.....	75
6.3.1 Escalas Indias.....	75
6.3.2 Escalas Árabes.....	80
6.4 Escala Panarmónica.....	81
Conclusiones.....	83
Anexo I.....	87
Anexo II.....	95
Anexo III.....	103
Anexo IV.....	111
Bibliografía.....	123

Quiero agradecer al Profesor Miguel Lorente su tiempo, dedicación y esfuerzo, que han hecho que este trabajo fuese posible. Quiero darle las gracias también por su comprensión y adaptación a las circunstancias. Ha sido un verdadero honor y una gran satisfacción personal y profesional haber contado con su dirección. Gracias también al Profesor Jose Ignacio Martín, por sus consejos y su ayuda siempre que le he necesitado.

Este trabajo tampoco hubiese sido posible sin la colaboración desinteresada de los músicos que han participado en los experimentos: Carlos, Fran, David, Miguel, Muchas gracias.

Gracias al Profesor Ramón Sobrino y a la Profesora Encina Cortizo por habernos hecho sentir en “su casa” como en la nuestra propia y por habernos facilitado un espacio en el que trabajar.

No podía olvidarme, en estos agradecimientos, de mis amigos, lo cuales han dedicado su tiempo en ayudarme, tanto en aspectos de la tesis (eh! Cueli) como a desconectar y a darme ánimos.

Y por supuesto, muchas gracias a mi familia, a quienes dedico este trabajo, sin los que nada merecería la pena.

Resumen

Este trabajo está dividido en dos grandes partes claramente diferenciadas. La primera es una explicación física del fenómeno musical de consonancia y disonancia en la que se ha tratado de comprobar de forma experimental lo que Plomp y Levelt hicieron de forma estadística y numérica. La segunda es una aplicación de este estudio a las escalas occidentales y orientales, comprobando que su construcción está basada en intervalos consonantes.

La primera parte se ha llevado a cabo en dos tiempos que coinciden en el procedimiento, partiendo del unísono entre dos sonidos simultáneos emitidos con diferentes fuentes sonoras, mantenemos uno fijo y con el otro llegamos a la octava. En una primera tanda de medidas se llega a la octava por medio de intervalos cromáticos, obteniendo así los valores de la disonancia para las relaciones interválicas utilizadas en la música occidental. Los instrumentos musicales utilizados fueron: un violín, como instrumento de cuerda frotada; dos clarinetes, como instrumentos de tubos semiabiertos; y un órgano de tubos, como instrumento de tubos abiertos. En la segunda tanda de medidas, los intervalos utilizados para llegar a dicha octava son algunos de los intervalos que se utilizan en la escala india de 22 sonidos y el instrumento utilizado para emitirlos es el monocordio, que ya desde la antigua Grecia ha sido empleado para la realización de medidas acústicas.

En la segunda parte se han representado diferentes escalas, tanto occidentales como orientales, con unos esquemas numéricos que muestran de forma gráfica los intervalos utilizados para la elaboración de dichas escalas y cuáles son los armónicos utilizados en cada una de ellas para formarlas, comprobando así que se han utilizado los primeros armónicos de la serie, así por ejemplo en el caso de la música occidental tendríamos el continuo uso de los armónicos 2, 3 y 5, armónicos que se repiten en la música india. En el caso de la música árabe se utilizarían alguno más como el 7 o el 11.

En todo momento se han utilizado unos rangos de medida análogos a los del oído humano, ya que lo que se pretende es dar un enfoque físico a la música, y en la música el aparato receptor utilizado es el oído humano.

Se han obtenido experimentalmente los mismos valores que Plomp y Levelt habían obtenido de forma estadística y numérica y se ha comprobado físicamente que, tanto las escalas occidentales como las orientales están construidas con los primeros armónicos de la serie, i.e., por superposición de intervalos con relaciones sencillas, que además, según se ha comprobado en la primera parte, son las más consonantes.

CAPÍTULO 1:

Introducción teórica sobre acústica musical

El sonido es una sensación, en el órgano del oído, producida por el movimiento ondulatorio en un medio elástico (normalmente el aire), debido a cambios rápidos de presión, generados por el movimiento vibratorio de un cuerpo sonoro. Es pues el sonido fruto de una compleja interacción entre diversos elementos necesarios en toda comunicación, un elemento vibrante (emisor), un medio transmisor (que frecuentemente es el aire), el oído humano (receptor), y el cerebro. Cuando se frota, golpea o pinza una cuerda, cuando se introduce aire en un tubo sonoro, cuando se hace vibrar una membrana, se produce un movimiento ondulatorio, que es un proceso por el que se propaga energía de un lugar a otro sin transferencia de materia. Esta propagación sale de la fuente y a través del aire llega al oído humano donde el cerebro la interpreta.

Para nuestro estudio hemos utilizado como fuentes emisoras de sonido, instrumentos musicales de cuerda frotada como el violín, de tubos semiabiertos como el clarinete (que si bien es un tubo abierto, las características acústicas son las de un tubo semiabierto) y de tubos abiertos, como el órgano. También hemos realizado medidas con el monocordio, utilizado ya por Pitágoras para realizar medidas acústicas.

Como medio transmisor, el aire y como receptor, hemos sustituido el oído humano por un analizador de espectros, el cual, con características similares a las del oído humano, nos permite obtener resultados numéricos y gráficos de lo que el oído recibe.

1.1 CUERDA FROTADA: EL VIOLÍN

El violín (del italiano violino, diminutivo de viola o viella) es un instrumento de cuerda frotada que tiene cuatro cuerdas afinadas por intervalos de quintas: G, D, A, E.



Fig. 1.1 Violín

El **cuerpo** o caja del violín cuya forma es la de los *arcos superior e inferior*, convexos, y del *arco medio*, cóncavo, consta de un fondo curvo (de arce), de una tapa, curva asimismo (de pino o abeto), con dos aberturas de resonancia en

forma de *f*, y de un bastidor de paredes laterales verticales o *fijas* (de arce). La curvatura no se produce por tensión, sino que se la obtiene trabajando la madera. El veteado de la madera, que se obtiene, y para la tapa en forma de tablas de corte longitudinal y, para el fondo, como segmento del corte transversal del tronco, es importante para la capacidad de resonancia. Por razones acústicas debe secarse muy bien la madera. El peso total del violín debe ser de cerca de 400g. La tapa y el fondo tienen *estrías* con *pestañas* y rebordes para una mayor presión.

El **mango** del violín soporta el tasto, tastera o diapasón (de ébano) y termina en el clavijero con una voluta. Las cuentas salen del clavijero y, pasando por la cejilla, el diapasón y el puente llegan hasta el cordal, el cual, mediante un lazo de tripa, se halla asegurado a un botón insertado en los aros.

Para equilibrar la presión y transmitir el sonido, el **puente** apoya una de sus patas (la situada por debajo de las cuerdas agudas) sobre el *alma*, que une la tapa con el fondo, y la otra (la situada por debajo de las cuerdas graves) sobre la cadena o barra armónica, encolada por debajo de la tapa. El papel principal del puente es pues,

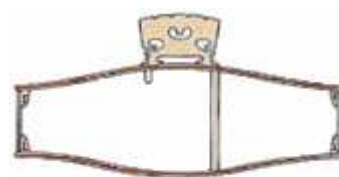


Fig.1.2 Puente

comunicar la vibración de la cuerda a la tapa. Su forma ha sido muy estudiada para conseguir sonoridad en el violín. Tiene varios modos de vibración. El 1º, en 3 000 Hz, corresponde al movimiento de flexión de pie a pie. El 2º, a 6 000 Hz, corresponde a una fuerza vertical de la vibración de la cuerda. Esas resonancias se pueden variar, modificando más o menos el puente. De esta manera se comprende la importancia de dotar de un puente adecuado a cada violín para que tenga una curva de resonancia buena. La fuerza que hace cada pie para unas frecuencias es igual y para otras no, en todo caso el movimiento del pie situado sobre la barra armónica es mucho mayor que el del otro, casi inmovilizado por la acción del alma.

Las **cuatro cuerdas** están afinadas por quintas: G, D, A, E, como se ha dicho. Su material es la tripa, desde el siglo XVIII con un entorchado de plata para la cuerda del G, y también para la del A, desde 1920, la cuerda del E es de acero. Mediante la aplicación de la **sordina** (un broche que impide la vibración el puente) se amortigua la transmisión de vibraciones de las cuerdas a la caja de resonancia y se oscurece el sonido del violín.

Durante la mayor parte de su vibración la cuerda está unida al arco hasta que se desengancha de él y vuelve rápidamente hacia atrás para empezar un nuevo ciclo. Enganche y desenganche ocurren cuando llega hasta el arco el ángulo que se ha formado en la cuerda por la misma acción del arco y que recorre una vuelta completa hasta retornar a él. La velocidad con que se mueve este ángulo depende sólo de la longitud, tensión y masa de la cuerda y no de la velocidad del arco o de la fuerza de rozamiento que haga. Una vibración del punto de la cuerda que está bajo el arco necesita un tiempo igual al de una vuelta del ángulo a lo largo de la cuerda: la cuerda determina el tono.



El **arco** consta de la *vara* (de palo de Pernambuco), con una *punta* y un *talón* graduable, que tensa el encerdado (150-250 cerdas). Las cerdas se frotan con colofonia (una resina, en uso desde el s. XIII) para mejorar el agarre de las cuerdas (para la vibración por torsión de las cuerdas). La tensión de las cerdas aún se regulaba, hasta entrado el

Fig. 1.3 Arco

s. XVIII, con la presión del pulgar o de los dedos, lo cual facilitaba la ejecución de dobles y triples cuerdas, pero limitaba la intensidad sonora. Tourte desarrolló el arco moderno de forma cóncava y con tornillo de graduación.

La posición del **arco** sobre la cuerda influye en el espectro, más brillante cuanto más cerca esté el arco del puente. Para que el sonido de un violín sea más intenso se hace con más fuerza o con más velocidad del arco, o en posición del arco más cercana al puente.

El ejecutante apoya el violín mediante la **barbada** (un plato de ébano introducido por Spohr alrededor de 1820) y la **hombreira**, sosteniéndolo entre hombro y mentón sin necesidad de apoyar el mango.

1.2. TUBO SEMIABIERTO: EL CLARINETE

El clarinete es un instrumento perteneciente a la familia del viento-madera. Habitualmente está hecho de madera aunque también los hay de pasta. La madera que se utiliza con más frecuencia es el ébano (madera de color negro traída de África).

Consta de cinco partes que son: boquilla, barrilete, cuerpo superior, cuerpo inferior y campana.

La **boquilla** es la parte del instrumento que se coloca en la boca del instrumentista, de ahí su nombre. Lleva adosada a ella una lengüeta o caña que es la que mediante su vibración produce el sonido (hay varias marcas y diferentes numeraciones). Ésta para poder mantenerse adosada a la boquilla va sujeta por una abrazadera. El objetivo de la abrazadera es sujetar a la lengüeta. La hay de varios tipos: de hilo, de cuero, de plástico y de metal. Al igual que la caña, la abrazadera influye en el sonido del instrumento. Así, por ejemplo



Fig. 1.5 Caña



Fig. 1.4 Boquilla

con una abrazadera metálica se obtendrá un sonido más estridente que con una de cuero (hay que tener en cuenta las cualidades del instrumentista y otros factores).

Otra de las partes del instrumento es el **barrilete**. Del barrilete diremos que es muy importante tanto para el sonido como para la afinación del instrumento, ya que si separamos éste de la parte superior del instrumento lo alargamos (el instrumento) y por consiguiente lo bajaremos en la afinación general. Si por el contrario, lo que hacemos es introducir el barrilete en el cuerpo superior, lo que haremos es acortar el tubo y por consiguiente subir la afinación del instrumento.



Fig.1.6 Barrilete

Fig. 1.7
Cuerpo superior

La siguiente de las partes del clarinete en orden descendente es el **cuerpo superior**.

El **cuerpo superior**, al igual que la siguiente de las partes, el **cuerpo inferior**, son las partes del clarinete en las cuales se producen los diferentes sonidos. Esto es así porque cada una de ellas lleva una serie de agujeros (oídos) que al ser tapados o destapados por los dedos del instrumentista acorta o alarga el tubo, saliendo así las diferentes notas del instrumento.

Fig.1.8
Cuerpo inferior

Al mismo tiempo constan entre las dos partes de 17 llaves, una serie de zapatillas, muelles, pilares y corchos.

La función básica de las zapatillas es la de tapar los agujeros. Éstas van cada una de ellas adosadas en sus correspondientes cazuelas.

Los muelles tienen por objetivo devolver a la llave a su posición inicial después de ser accionada por un dedo.

La función de los pilares es la de sujetar a cada una de las llaves y por último los corchos tienen como función evitar que las llaves golpeen a la madera del instrumento o se golpeen entre sí, evitando por consiguiente el ruido que esto produciría.

Por último tenemos la **campana**. Se llama así por su forma. Tiene dos funciones importantes en el sonido del clarinete: la primera es la de proyectar el sonido del instrumento y la segunda es la de afinar las notas que están más próximas a ella.



Fig. 1.9
Campana

Volviendo a la lengüeta, es un trozo de caña liso y rectangular, muy delgado hacia la punta de fuera, sujeta a la boquilla por una abrazadera y con el lado curvo aplastado contra la boquilla. La curva apoyada sobre la boquilla es vital, puesto que es lo que permite que la presión de los labios del ejecutante acorte la vibración libre de la parte de la caña, así ambas aumentan la frecuencia natural de resonancia y disminuyen el tamaño de la abertura de los labios. Para una mejor ejecución, la rigidez de la lengüeta debe estar cuidadosamente apoyada en la curva de la boquilla.



Fig. 1.10 Clarinete

El sonido del clarinete, como el resto de instrumentos de viento-madera con caña, es rico en armónicos y se caracteriza, en el registro bajo, por una casi completa ausencia del segundo armónico. Sin embargo, en los registros altos, el segundo armónico es bastante fuerte, quizás porque está reforzado por la caña o por resonancias vocales. Cuando un soplo de aire entra en el

instrumento avanza por él una onda de presión, parte de la cual se transmite al exterior como sonido mientras otra parte se refleja en el pabellón. La onda inicial interfiere con la reflejada para formar una onda estacionaria o modo de vibración, que desaparece después de haber oscilado algunas veces debido a la pérdida de energía (por el sonido radiado o por el rozamiento del aire con las paredes del tubo). El aire se introduce en el tubo a través de una lengüeta de caña (simple o doble), que actúa como válvula controlada por la presión de la boquilla; o bien una “lengüeta de aire” (en las flautas) constituida por la propia columna de aire vibrante, que actúa como una válvula controlada por su propio movimiento.

Por otra parte, los instrumentos de madera emplean muy pocas resonancias del tubo correspondiente, que tiene que ser cilíndrico o cónico porque son los únicos para los que las razones entre las frecuencias de sus modos permanecen aproximadamente inalteradas cuando se corta el tubo por un extremo, o se le hacen agujeros laterales.

El pabellón de un instrumento de madera es poco efectivo como resonador (pues altera poco las resonancias del tubo) y como radiador, ya que es eficaz sólo cuando todos o casi todos los agujeros están cerrados (el sonido sale preferentemente por los agujeros).

1.3 TUBO ABIERTO: ÓRGANO DE TUBOS

Dos famosos físicos del siglo XIX, Hermann von Helmholtz y Lord Rayleigh, llegaron a conclusiones opuestas sobre el mecanismo por el que generan sonidos los tubos de órgano, pero carecían de medios técnicos para resolver el dilema. La aplicación de osciloscopios y otros aparatos modernos ha permitido adquirir un conocimiento detallado de dicho mecanismo, resultando que los análisis de Helmholtz y de Rayleigh son ambos válidos, aunque cada uno lo sea dentro de un margen de presión del aire insuflado al tubo.

Los tubos de órgano de los registros utilizados en este trabajo están abiertos por arriba; en la parte inferior tienen forma cónica, con una “boca” (una hendidura) horizontal en la sección plana situada encima de la región cónica. Dentro del tubo hay un *alma* (placa horizontal) que deja una estrecha luz junto al labio inferior de la boca. El aire que excita el tubo procede de grandes fuelles y alcanza el pie cónico del tubo a una presión comprendida entre los 500 y los 1000 pascales. Cuando por la acción del registro y de la tecla

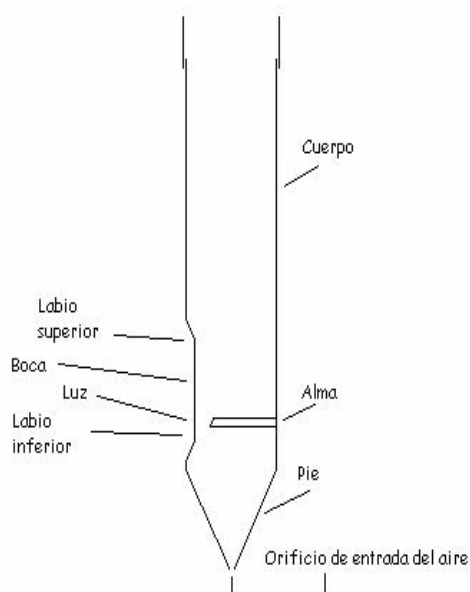


Fig. 1.11
Tubo de órgano

correspondientes entra aire en el tubo, circula en sentido ascendente y forma un flujo laminar conforme atraviesa la luz. La corriente de aire pasa a ras de la boca y llega al labio superior, donde choca con él y con la columna de aire que contiene el tubo, manteniendo la oscilación estacionaria que genera la “voz” del tubo.

Si se pudiera prescindir de la acción de la luz en el tubo de órgano, cabría esperar que la corriente, siendo simplemente una capa de aire en movimiento, se moviera de forma oscilante debido a las vibraciones acústicas, junto con todo el aire contenido en la boca del tubo. Pero la luz mantiene el chorro en reposo conforme pasa a través de ella, lo que equivale a superponer al movimiento oscilante del campo sonoro un desplazamiento compensador localizado en la luz. El desplazamiento localizado, que se acopla al campo sonoro en frecuencia y en amplitud para mantener un desplazamiento cero en la luz, se transmite con el aire en movimiento de la corriente, imprimiéndole un movimiento ondulante.

La progresión del crecimiento de la onda en el interior del tubo es máxima cuando su longitud de onda a lo largo de la corriente viene a sextuplicar la sección de la corriente en dicho punto. Por el contrario, cuando la longitud de onda es inferior a la anchura de la corriente, la onda no crece, e incluso llega a extinguirse. Como la corriente reduce su velocidad y se ensancha a medida que se aleja de la luz, sólo las ondas largas, es decir, las de baja frecuencia, pueden propagarse con una gran amplitud por la corriente.

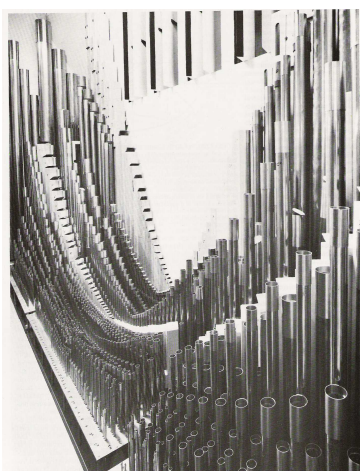


Fig. 1.12 Interior de un órgano de tubos

Para determinar cuál es la relación de fase correcta entre la oscilación de la columna de aire del tubo y la penetración de los impulsos de la corriente dentro del labio superior es preciso conocer mejor el desarrollo de los impulsos sobre la columna de aire. Helmholtz atribuyó el factor dominante en esta relación al volumen de flujo proporcionado por la corriente. Si los impulsos del flujo de la corriente hubieran de ceder la máxima energía posible a la oscilación de la columna de aire, deberían penetrar en el tubo en aquellos instantes en que la presión

acústica dentro del labio superior alcanzara un máximo.

Rayleigh adoptó un punto de vista distinto. Puesto que la boca no está muy lejos del extremo abierto del tubo, pensó, que podía establecerse una ligera presión acústica, justo dentro de la boca, que actuase contra el flujo de la corriente. Consideró que el chorro se detenía prácticamente al penetrar en el tubo, generando rápidamente la presión que pudiera ejercerse sobre el flujo del tubo. Por tanto, según Rayleigh, el máximo de energía se transferiría en el caso de que el flujo de la corriente penetrara en el tubo cuando el flujo acústico, no la presión, alcanzara un máximo. La diferencia entre estos dos máximos es un cuarto de período de la frecuencia de oscilación de la columna de aire del tubo. Estableciendo un símil con un columpio, la diferencia radica entre dar un empujón al columpio cuando está en el punto alto del arco y ha adquirido el máximo de su energía potencial (Helmholtz) o dárselo cuando pasa por el punto más bajo y se mueve a mayor velocidad (Rayleigh).

Pero tanto Helmholtz como Rayleigh tenían su parte de razón. El equilibrio entre los dos mecanismos motores depende de la presión de soplo y de la frecuencia del sonido; el mecanismo de Helmholtz domina a presiones bajas de soplado y a altas frecuencias, mientras que el de Rayleigh lo hace en el caso de altas presiones y bajas frecuencias. El mecanismo de Helmholtz suele ser el más importante en el caso de un tubo de órgano normal.

El flujo de la corriente de aire es sinusoidal, lo cual no significa que la corriente penetre en el tubo sinusoidalmente, ya que el flujo se “satura”, fluyendo dentro o fuera del labio superior en cada extremo de los límites de deflexión de la corriente de aire. Todavía más: el labio suele estar desplazado y no corta la corriente exactamente en su plano central, originando una saturación asimétrica.

La distancia a que se desvía la corriente en la boca de los tubos de un órgano normal es del

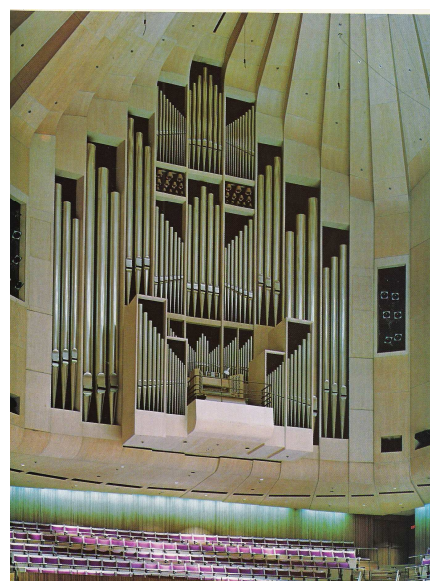


Fig. 1.13 Órgano

mismo orden que el ancho de la corriente en el labio superior, lo que genera un amplio espectro armónico en el flujo de la corriente. Si la corriente chocara con el labio de forma simétrica, los armónicos pares no se excitarían. Suele desplazarse ligeramente el chorro para que se produzcan todos los armónicos.

1.4 INSTRUMENTO DE MEDIDA: EL MONOCORDIO

Paulus Paulirinus es su *Tractatus* de música, menciona:

Monocordum est instrumentum longum in modum canne longum intus concavum habens foramen et desuper unicam cordam nervalem que pertransit novem particulas alfabeto prepulcre divisas cuius corda percussa cum penna aut ligno prius tamen sinistra manu registrata multum artificialiter docet omnem melodiam confingere et est instrumentum [quod] quasi manu ducit in omnia instrumenta intelligenda et artis musice docet perfectam investigationem cuius primus repertor dicitur fuisse Bohecus. (fol. 162, col. 3).

Aproximadamente:

El monocordio es un instrumento largo, en forma de flauta larga, interiormente cóncava con aberturas, dividida en nueve partes grabadas con nueve letras del alfabeto, de arriba abajo sobre las divisiones tiene una única cuerda de nervio, cuando se la percute con una pluma o madera y la parte anterior con la mano izquierda según las reglas del arte, permite ejecutar todas las melodías inventadas; es un instrumento del cual <traducción bastante libre > llevaban casi todos los instrumentos cultos y los utilizados en la enseñanza de la habilidad musical. Boecio (fol. 162, col. 3), fue el primero que describió las investigaciones llevadas a cabo con el instrumento.

En la Edad Media se designaba con este nombre, a varios instrumentos:

- El *monocordio básico*, o *monocordio tonométrico*, de caja rectangular y una sola cuerda que produce un sonido al tocarlo mediante un plectro o con los dedos. Era utilizado para la enseñanza teórica y práctica de la música y como herramienta de medida, diapasón, para determinar el afinado de otros instrumentos (órganos, campanas, etc.) comparando los sonidos.



Fig. 1.14 Monocordio básico.-Diapasón-

- Un *monocordio* más largo y grande, también de una sola cuerda, que se tocaba con los dedos o mediante un arco.
- El *monocordio de arco*, con caja armónica triangular o trapezoidal y una o dos cuerdas, que se tocaba mediante un arco. Conocido más tarde como Trompa marina.



Fig. 1.15 Monocordio de arco.

En el retablo de la iglesia parroquial de Farfanya (Lérida), se encuentra una representación de este instrumento en nuestro país.

Pitágoras (siglo VI a.C.) lo hizo famoso, ya que lo utilizó para identificar y definir los intervalos musicales y en la enseñanza de la teoría pitagórica de la relación entre los números y la música; entre otras cosas demostró que la frecuencia del sonido es inversamente proporcional a la longitud de la cuerda.

La primera referencia escrita sobre el monocordio se atribuye a Boecio (siglo VI d.C.); según su relato:

Pitágoras, obsesionado por explicar matemáticamente los intervalos, al pasar por una herrería quedó sorprendido por el sonido rítmico del golpe de los martillos en el yunque. Entró, observó y experimentó utilizando cinco martillos.

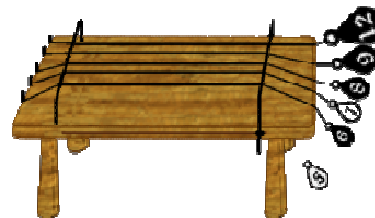


Fig. 1.16 Monocordio-Diapasón de múltiples cuerdas usado por Pitágoras para verificar la relación entre números, pesos y sonidos.

Comprobó que uno, que rompía la escala perfecta de sonidos, tenía un peso sin relación numérica con el resto, por lo que lo eliminó. Con los restantes, obtuvo las siguientes conclusiones: sus pesos estaban en la proporción 12, 9, 8 y 6; el mayor (12), de peso doble del más pequeño (6), producía un sonido (una octava) más bajo que el menor. El peso de los otros dos martillos (9 y 8) correspondía a la media aritmética y armónica respectivamente de los de peso (12 y 6), por lo que dedujo que darían las otras notas fijas de la escala.

El monocordio fue utilizado por Claudio Ptolomeo (siglo II d.C.), famoso astrónomo y matemático que escribió *Los Armónicos*, tratado de referencia en musicología. Basaba los intervalos musicales en proporciones matemáticas usando la observación empírica (opuesta a la aproximación puramente teórica de la escuela pitagoriana). Presentó sus propias divisiones del tetracordio y de la octava, que obtuvo con la ayuda de este instrumento.

Posteriormente, Guido D'Arezzo (siglos X-XI), lo utilizó para la enseñanza de la música.

1.5 ELEMENTOS DEL SONIDO:

Como hemos dicho, el sonido es una sensación, en el órgano del oído, producida por el movimiento ondulatorio en un medio elástico. Este movimiento ondulatorio viene representado por una onda, en este caso, onda sonora:

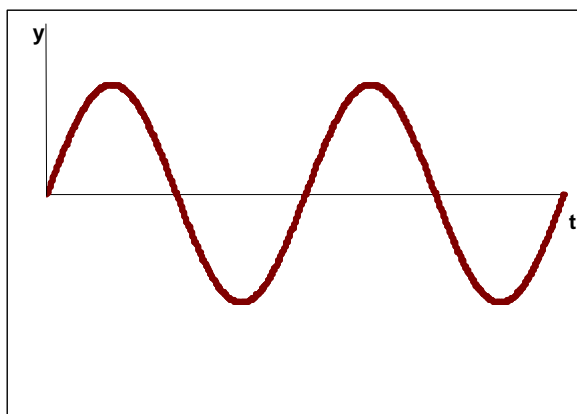


Fig. 1.17 Representación de una onda

Amplitud: valor máximo que alcanzan los puntos de una onda acústica. Es lo que determina la intensidad del sonido percibido. Se mide en decibelios (dB).

Frecuencia: número de vibraciones por segundo. Determina la altura del sonido y se mide en Hertzios (Hz). La frecuencia de vibración depende de una serie de parámetros:

- en el caso de las cuerdas, las leyes que rigen las vibraciones se conocen con el nombre de Leyes de Mersenne:
 - la frecuencia de vibración de una cuerda está en razón inversa de su longitud
 - la frecuencia de vibración de una cuerda es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de su densidad lineal
 - la frecuencia de vibración de una cuerda es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la tensión a la que está sometida
- en el caso de los tubos, las leyes que rigen las vibraciones se conocen con el nombre de Leyes de Bernoulli:
 - la frecuencia es proporcional a la velocidad del sonido. En un instrumento de viento las frecuencias suben al aumentar la temperatura
 - la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud
 - el tubo abierto tiene una frecuencia doble que el cerrado de igual longitud
 - el tubo abierto produce toda la serie armónica. El cerrado (o semiabierto), sólo los armónicos impares

Período: es el tiempo transcurrido en completarse un ciclo, es la inversa de la frecuencia y se mide en segundos (s)

Longitud de onda: es la distancia que recorre un punto en un determinado estado de vibración hasta que vuelve a alcanzarlo. Es directamente proporcional al período.

Fase: distancia expresada en grados entre dos situaciones análogas de ondas diferentes.

1.6 TEOREMA DE FOURIER:

Pocas veces las fuentes sonoras producen un sonido que no sea compuesto, es por ello que se pueda descomponer, según el teorema de Fourier en sonidos más simples. Este teorema dice que “*Un movimiento vibratorio periódico cualquiera de período T y frecuencia f , es siempre expresable como una suma de movimientos armónicos simples de frecuencias $f, 2f, 3f, \dots$ y período $T, T/2, T/3, \dots$ ” siendo cierta también la inversa: la suma de varios movimientos armónicos simples de distintos períodos conmensurables entre sí, da como resultado un movimiento vibratorio periódico complejo.*

Este resultado es fundamental para la física y en concreto para nuestro trabajo, ya que permite el análisis de cualquier vibración a través del estudio de las vibraciones armónicas que la componen. Si emitimos por ejemplo un C con un instrumento musical, el que nuestro cerebro lo reconozca como tal es debido a la suma de una serie de frecuencias que vienen representadas en la Fig.1.18



Fig.1.18. Armónicos del C₂

Los sonidos entre paréntesis no coinciden exactamente en tono con la nota que se les asigna, el 7, 11 y el 14 son algo más graves y el 13 un poco más agudo.

Cada uno de estos sonidos se llama armónicos y están relacionados con el fundamental por un número entero de veces la frecuencia de éste.

En esta serie podemos observar que:

1. Los intervalos musicales entre cada par de armónicos sucesivos van siendo más pequeños.
2. Cada octava tiene tantos armónicos como el número de orden sobre el cual empieza y el doble que la octava anterior.
3. Todas las fracciones representativas de intervalos entre armónicos que son equivalentes, i.e., que sus cocientes son iguales, representan el mismo intervalo.

4. Cuando un intervalo está formado por dos armónicos de tal forma que el numerador es divisible por el denominador, el cociente representa el número de orden que el sonido más agudo ocuparía en una serie armónica cuya fundamental fuera el sonido más grave.
5. Un sonido cualquiera puede ser armónico de diferentes octavas, cambiando lógicamente su número de orden.

1.7 PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN:

En nuestro estudio vamos a trabajar con la emisión de dos sonidos de forma simultánea, luego es importante para nosotros saber qué ocurre cuando se producen dos ondas sonoras al tiempo. El caso que vamos a exponer matemáticamente supone amplitudes iguales y desfases iguales pero de frecuencias diferentes

$$y_1 = A \cos(\omega_1 t + \varphi) \rightarrow y_1 = A \cos(2\pi f_1 t + \varphi)$$

$$y_2 = A \cos(\omega_2 t + \varphi) \rightarrow y_2 = A \cos(2\pi f_2 t + \varphi)$$

Cuando sumamos ambas ecuaciones (i.e. cuando emitimos los dos sonidos simultáneamente):

$$\begin{aligned}
 y_1 + y_2 &= A[\cos(2\pi f_1 t + \varphi) + \cos(2\pi f_2 t + \varphi)] = \\
 &= A[\cos(2\pi f_1 t) \cos \varphi - \operatorname{sen}(2\pi f_1 t) \operatorname{sen} \varphi + \cos(2\pi f_2 t) \cos \varphi - \operatorname{sen}(2\pi f_2 t) \operatorname{sen} \varphi] = \\
 &= A[\cos \varphi (\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t) - \operatorname{sen} \varphi (\operatorname{sen} 2\pi f_1 t + \operatorname{sen} 2\pi f_2 t)] = \\
 &= A \left[\cos \varphi \left(2 \cos \left(\frac{2\pi f_1 t + 2\pi f_2 t}{2} \right) \cos \left(\frac{2\pi f_1 t - 2\pi f_2 t}{2} \right) \right) - \operatorname{sen} \varphi \left(2 \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi f_1 t + 2\pi f_2 t}{2} \right) \right) \cos \left(\frac{2\pi f_1 t - 2\pi f_2 t}{2} \right) \right] = \\
 &= 2A \left[\cos \varphi \cos \left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right) \cos \left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right) - \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right) \cos \left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right) \right] = \\
 &= 2A \cos \left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right) \left[\cos \varphi \cos \left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right) - \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \right) \right] = \\
 &= 2A \cos \left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right) \cos \left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t + \varphi \right)
 \end{aligned}$$

Como vemos, se llega a la expresión:

$$y_1 + y_2 = 2A \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right) \cos\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t + \varphi\right)$$

lo que nos indica que cuando sumamos (cuando se producen a la vez) dos ondas (sonoras en nuestro caso) de amplitud semejante, la onda resultante es una onda cuya amplitud varía con el tiempo, $2A \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right)$ y su frecuencia vale $\frac{f_1 + f_2}{2}$.

1.8 ANCHURA DE BANDA CRÍTICA:

La anchura de banda crítica descubierta por Békésy (1960) es el rango de frecuencias dentro del cual el cerebro no es capaz de, cuando recibe dos sonidos distintos simultáneos, separar ambas frecuencias como diferentes (aunque sí identifica que no son el mismo sonido). Entonces, al hacer el análisis de Fourier de estos sonidos, el espectro muestra como los picos que el oído no es capaz de separar se fusionan en uno, cuya frecuencia es la semisuma de los armónicos que se fusionan y su intensidad varía en el tiempo con una frecuencia de batido del orden de la diferencia de frecuencia entre los picos. Dentro de la banda crítica se perciben la sonoridad dura para los batidos rápidos y sonoridad agradable para los batidos lentos.

La anchura de banda crítica depende del rango de frecuencias:

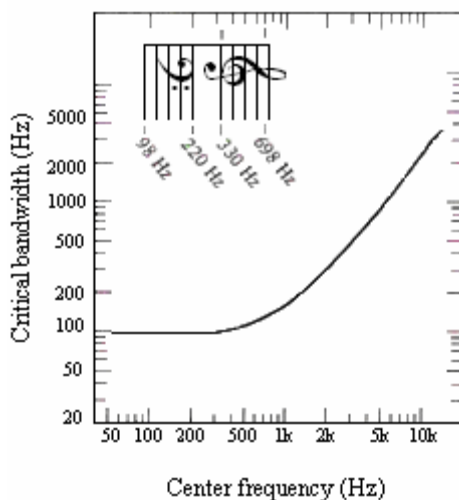


Fig. 1.19 Anchura de Banda Crítica

Hemos aproximado la curva a la siguiente expresión:

$$y = -10^{-9}x^3 + 2 \cdot 10^{-5}x^2 + 0.0649x + 76.68$$

CAPÍTULO 2:

Introducción teórica sobre disonancia musical

El descubrimiento de las relaciones existentes entre la música, la matemática y la física se remontan al s. VI antes de Cristo, época en que la *Escuela de Pitágoras* realizó un exhaustivo estudio de la cuerda vibrante. Los descubrimientos de Pitágoras y sus discípulos fueron el punto de partida de todos los estudios posteriores de la armonía en la música y, sin lugar a dudas, influyeron de forma importante en lo que hoy en día conocemos como la música del mundo occidental.

Pitágoras se dio cuenta de que si la cuerda se acortaba a la mitad, la frecuencia del sonido aumentaba al doble, elevándose el sonido en una octava. Pero el descubrimiento más importante de la *Escuela de Pitágoras* consistió en percatarse de que los intervalos musicales más consonantes con respecto a la cuerda total se obtienen cuando, al acortarla, el pedazo de cuerda que oscila corresponde a una fracción (irreducible) n/m de la cuerda completa, en la que tanto el numerador n como el denominador m son enteros pequeños. Cuanto más pequeños son estos enteros, tanto más consonante se percibe el sonido simultáneo de los dos sonidos.

Tyndall:

John Tyndall (1820-1893) físico y matemático inglés autor de interesantísimos trabajos sobre el diamagnetismo, la polarización, las propiedades magnetoeléctricas de los cristales, las relaciones del magnetismo con la afinidad molecular y la estructura y movimiento de los glaciares.

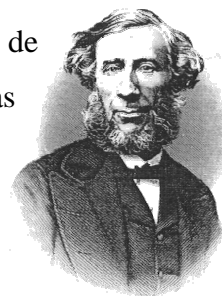


Fig. 2.1 Tyndall

Cabe destacar de Tyndall su teoría sobre la consonancia (1893):

“Cuanto más simple¹ sea la relación de frecuencias de dos sonidos, más consonante será el intervalo que forman”.

Helmholtz:



Fig. 2.2 Helmholtz

Hermann von Helmholtz (1821-1894) médico y físico alemán. Él quería dedicarse a la ciencia, pero su padre le obligó a estudiar medicina. Esto fue quizás lo que le llevó a hacer estudios en los que se reunían ambas disciplinas. En 1851 inventó el oftalmoscopio, un instrumento que puede ser usado para mirar en el interior del ojo, y aplicado desde entonces al ojo humano. Los intereses de Helmholtz en este tiempo se fueron focalizando cada vez más en la fisiología de los sentidos. En

1863 Helmholtz publicó un libro titulado *Sobre las sensaciones de tono como base fisiológica para la teoría de la música*, donde demostraba de nuevo su interés en la física de la percepción.

Respecto a la consonancia, Helmholtz (1913) introduce por primera vez el concepto de consonancia sensorial como un efecto fisiológico basado en el fenómeno de los batidos o pulsaciones provocadas por la interferencia de los diversos tonos parciales de una mezcla de sonidos. A la vez, amplía el concepto de consonancia para aplicarlo al conjunto infinito de todos los intervalos posibles, teniendo en cuenta que todos sus antecedentes hacían referencia únicamente a los intervalos usados en la práctica. El experimento fue realizado con dos violines, uno sonando a frecuencia fija y el otro

¹ Se entiende por simple la relación entre números pequeños y próximos entre sí.

aumentándola progresivamente hasta completar el ámbito de una octava. Representando gráficamente la sensación de consonancia para todos los intervalos llega a la conclusión de que los intervalos consonantes coinciden con relaciones de frecuencia expresadas mediante fracciones simples.

Békésy:

Georg von Békésy (1889-1972) doctor en Física por la Universidad de Berna (Suiza) y doctor con honores en Medicina por la Universidad de Münster (Alemania) hasta 1945 repartió sus actividades principalmente entre la Universidad de Budapest y el Instituto Húngaro para la Investigación en Telegrafía, en donde estudió los problemas de la transmisión telefónica, investigaciones que le llevaron a interesarse por el estudio del oído humano como un componente



Fig. 2.3 Békésy

esencial de la transmisión. En 1947 se trasladó a los Estados Unidos, en donde se integró en el laboratorio de psicoacústica de la Universidad de Harvard. Posteriormente ocupó el puesto de profesor de Física de la Percepción Sensorial en la Universidad de Hawaii.

Gran conocedor de las ciencias físicas y de la Medicina, consiguió desarrollar una gran habilidad técnica en sus procedimientos experimentales, para los cuales ideó diversos y complejos micromanipuladores especiales, registradores eléctricos y modelos experimentales. Con estos sofisticados métodos consiguió averiguar que sólo se podía observar un tipo de ondas en la membrana basilar; de la misma manera logró determinar cuáles eran las variables que influían en la vibración del oído interno. Reuniendo toda esta información, se centró en reproducir una cóclea o caracol de caucho con la que se pudiera simular el proceso de audición del oído humano y desarrolló matemáticamente toda la fisiología auditiva.

Békésy (1960) centra más sus estudios sobre la consonancia en la dureza acústica. La existencia de los batidos puede crear una sensación desagradable, pero no en todas las ocasiones. Si la frecuencia de un batido es baja, el oído aprecia simplemente un trémolo, no una disonancia. Por el contrario, dos sonidos cuyas frecuencias difieren lo

suficiente como para no producir pulsaciones audibles, pueden crear, al sonar juntos, una sensación de aspereza.

Stumpf:



Fig. 2.4 Stumpf

Carl Stumpf (21 de abril de 1848 - 25 de diciembre de 1936) filósofo y psicólogo alemán. Estuvo famosamente enfrentado con Wilhelm Wundt, entonces la figura más prominente en la psicología experimental alemana (y por extensión, del mundo), sobre la psicología de los sonidos audibles.

Para Stumpf (1898), la consonancia no la determina ni los armónicos ni las diferencias de sonidos, sino el grado de fusión de los intervalos que depende de la proporción simple de frecuencias. Para él, la fusión significa la tendencia de dos sonidos simultáneos a ser percibidos como unidad. Aunque años más tarde (1926), él mismo admite que esta conclusión es infundada y que esta relación no se puede considerar una explicación satisfactoria del fenómeno consonante.

Stumpf es quizás el más importante crítico de la teoría de los batidos. Considera como disonantes intervalos como 8:15 y 7:10 no tanto porque se ajusten a las ideas de consonancia o disonancia sino por su educación musical.

Partch:

Compositor autodidacta estadounidense nacido en Oakland (California) el 24 de junio de 1901 y fallecido el 3 de septiembre de 1974 en San Diego (California). Visionario y ecléctico en sus composiciones, también se dedicó a la construcción de instrumentos; se hizo famoso por basar su música en una escala de 43 sonidos por octava, que interpretaba en instrumentos de su propia invención.



Fig. 2.5 Partch

Al igual que Helmholtz, Partch (1974) trabajó con espectros armónicos pero, en este caso, el experimento lo realizó utilizando una especie de armonio fabricado por él mismo y que llamó *chromelodeon*. Las conclusiones teóricas son similares a las de

Helmholtz. La novedad de su investigación reside en la creación (como se ha dicho) de una nueva escala musical compuesta por 43 sonidos y la ampliación del número de intervalos consonantes hasta considerar fracciones con 7, 11 y 13.

Su visión estética hacía referencia a una música justa “*que no atormente al oído*” y, de la misma manera, no era partidario de aproximaciones tales como las que se producen en cualquier tipo de temperamento.

Plomp y Levelt:

Para Plomp y Levelt (1965), existe un fenómeno sensorial típico que es relatado como simple proporción de frecuencias



Fig. 2.7 Levelt

enteras y que es de naturaleza general, manteniéndose también para personas sin ninguna experiencia en armonía musical. Este particular fenómeno sensorial al cual llaman “consonancia tonal” puede ser considerado básico para la relación entre el concepto de consonancia, tanto para músicos como para no músicos, y la proporción de frecuencias simples.



Fig. 2.6 Plomp

En el experimento que realizaron en 1965, Plomp y Levelt emitieron una serie de sonidos artificiales sinusoidales (sin armónicos) de forma simultánea a un colectivo y se les pidió que comparasen respecto a una muestra dada cómo de disonante les sonaba dentro de una escala. A partir de estos resultados se elabora una gráfica en la que se representa la diferencia de frecuencia (con la anchura de banda crítica como unidad) frente a la disonancia (que tiene una escala arbitraria) (Fig. 2.8).

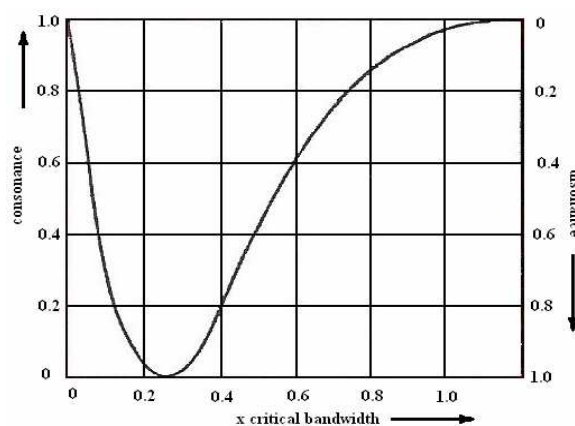


Fig. 2.8 Curva de consonancia. Plomp y Levelt 1965

Con los datos obtenidos de esta gráfica, Plomp y Levelt elaboran otra de forma teórica en la que se representa la proporción entre dos frecuencias frente a la disonancia. Dejando una frecuencia fija (250Hz) varían la segunda frecuencia desde la primera hasta la octava, comparando la disonancia que se produce entre las frecuencias fundamentales y los 6 primeros armónicos, formando pares entre las frecuencias próximas de los diferentes armónicos y dentro del ancho de banda correspondiente a este rango (Fig. 2.9).

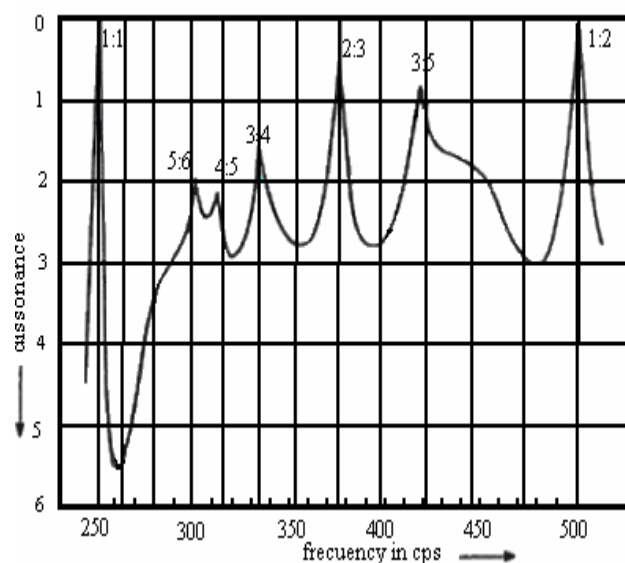


Fig. 2.9 Disonancia frente a relaciones de frecuencia. Plomp y Levelt 1965

Mirando de otra forma la influencia de los armónicos se considera la consonancia en función del número de armónicos que coinciden durante la ejecución de dos sonidos complejos simultáneamente. Sin embargo no está claro como esta coincidencia puede ser relevante para la consonancia sino es por la ausencia de batidos o sonidos diferentes, porque todos los parciales comunes pueden ser observados como pertenecientes solo a un tono complejo.

Las conclusiones que Plomp y Levelt sacan de sus experimentos estadísticos son:

- Que para sonidos complejos producidos por instrumentos musicales la consonancia se muestra como relación sencilla de frecuencias (apoyando la hipótesis de Helmholtz).
- Que las relaciones de frecuencia más sencillas están representadas por picos más afilados, lo que justifica que, por ejemplo, la octava y la quinta sean mucho más sensibles a una desviación de su correcta afinación.

Esto explica por qué, en un sistema temperado, una tercera mal afinada es más tolerada que una octava o quinta mal afinadas. Dicen también que el grado de consonancia es bastante independiente de la frecuencia para un gran rango de la misma.

Hay una frecuencia crítica a partir de la cual, todos los intervalos se vuelven disonantes, pero esta frecuencia crítica depende de la relación de frecuencias.

Kameoka y Kuriyagawa:



Fig. 2.10
Kameoka

Kameoka y Kuriyagawa (1969a, 1969b) basan sus estudios sobre la consonancia y disonancia en la estructura armónica de los sonidos emitidos.

Para ellos, la consonancia entre dos frecuencias puras (no entre sonidos complejos) sólo depende de su alejamiento ($f_2 - f_1$) y en absoluto de otros factores como la proporción entre f_1 y f_2 . Este descubrimiento supuso una cierta revolución, ya que, como veremos a lo largo de nuestro estudio, desde los primeros inicios en la ciencia del sonido en tiempos de la escuela pitagórica se fundamentaba el fenómeno de la consonancia musical en la simplicidad de la proporción entre f_1 y f_2 . El hecho de que en los sonidos musicales la proporción entre las frecuencias sí tenga influencia en la consonancia, es debido a que los sonidos naturales no son puros, sino complejos.

A la hora de estudiar la consonancia entre sonidos complejos habrá que estudiar las interacciones que se producen entre cada par de componentes.

Terhardt:

Terhardt (1976/77) no elabora una teoría global de la disonancia musical que pueda ser directamente aplicada a todas las culturas musicales, sino que aborda solamente las cuestiones que afectan a la música occidental tonal, aún así, su planteamiento inicial es genérico y se puede adaptar a cualquier cultura musical. Según este autor, la disonancia musical debe ser estudiada desde dos enfoques fundamentales, por una lado está la disonancia sensorial; por el otro los condicionamientos culturales, que él engloba bajo el término *Harmonie*.



Fig. 2. 11 Terhardt

Hay una consonancia (o disonancia) física, sensorial, psicoacústica, que no sólo es característica de los sonidos musicales sino de todos los sonidos en general, y que podríamos definir con el término *biensonancia*. Este concepto es la idea general de sonido biensonante, agradable al oído, no molesto. *“Existe, según toda experiencia, una sensación de percepción de biensonancia que no es específica de la música, sino que está en relación con criterios fundamentales de percepción. Ésta es denominada consonancia sensorial.”* (Tomado de García, A. (2006))

Puesto que la mayoría de los estudios sobre este tema se basan principalmente en la medida de la disonancia sensorial, antes que de la consonancia sensorial, ésta es pues definida como la ausencia de disonancia sensorial. Y esta disonancia musical es sinónimo de aspereza o de presencia de batidos, mientras que consonancia sensorial es sinónimo de ausencia de aspereza o de ausencia de batidos.

Destacar, que toda teoría de la consonancia sensorial se tiene que basar obligatoriamente en la experiencia auditiva de las personas. Esto se hace mediante métodos estadísticos.

Terhardt también introduce la teoría del tono virtual. El concepto de tono virtual de E. Terhardt (1974) se emplea en psicoacústica como un método para la extracción de tonos fundamentales de señales acústicas complejas. Puede resumirse como el tono o tonos que el sistema auditivo aprecia en un sonido o agrupación de sonidos.

Se han dado algunas tentativas para introducir el concepto acústico de tono virtual en teoría musical. Fue el mismo Terhardt (1982a) quién aplicó su teoría para la extracción de las fundamentales de acordes musicales. R. Parncutt (1988), al ver que los resultados del modelo de Terhardt no coincidían suficientemente con la teoría musical convencional realizó una revisión del modelo, dando unos resultados que diferían notablemente de los que se deducían del modelo original de Terhardt.

Aunque el concepto de tono virtual, aplicado a acordes, es entendido por los teóricos de manera parecida, su aplicación concreta en teoría musical ha sido objeto de algunas divergencias. Como hemos dicho, los modelos de Terhardt (1982a) y Parncutt

(1988) difieren bastante entre sí, especialmente en lo que se refiere a los acordes menores y disminuidos. También difieren respecto a la noción de fundamental de Hindemith (1937) y de la reducción de Riemann de todos los acordes a las tres conocidas funciones de tónica, dominante y subdominante. El mismo modelo de Terhardt, Stoll & Seewann (1982b, 1982c) para la extracción de tonos fundamentales de señales acústicas, al aplicarse a acordes interpretados al piano, diferían de los resultados que se esperaban del modelo de Terhardt (1982a) aplicado a acordes menores, e incluso se daban resultados diferentes según la inversión del acorde, hecho que estaría a favor de las teorías de Hindemith, pero en contra de la esencia misma de los conceptos de fundamental y tono virtual. Y, como era de esperar, todas estas teorías y aplicaciones experimentales anteriores difieren notablemente de la definición dogmática de fundamental como la nota inferior de un conglomerado de notas ordenadas por terceras.

El tono virtual sería equivalente, acústicamente, a la compleción de los contornos de la Fig. 2.12.



Fig. 2.12

Sethares:



Fig. 2.13 Sethares

Según Sethares (1993), los intervalos musicales que conforman una escala son escogidos subjetivamente en cada cultura para minimizar la impresión psicoacústica de disonancia. El problema es que esta disonancia en realidad depende del timbre del sonido original utilizado en esta búsqueda; los intervalos de la escala de mínima disonancia para los sonidos de flauta serán distintos que los intervalos de la escala de mínima disonancia para cierto tipo de campana. Desde este punto de vista, la selección psicoacústico-cultural de la escala en realidad es posterior a la selección del instrumento primordial usado en cada cultura; no es un accidente la aparición de algunas escalas pentatónicas orientales tales como la usada por las orquestas gamelán-indonesias; su selección de instrumentos percusivos de

metal como instrumento fundamental da como resultado lógico su particular escala pentatonal. Similarmente, la escala diatónica, abuela de las escalas occidentales (cromática, temperada) se explica por ser la escala de mínima disonancia para instrumentos de viento y de cuerda con poco contenido de armónicos.

Sethares aportó al estudio de la consonancia un desarrollo matemático basado en la parametrización de las curvas de Plomp y Levelt. También extendió el concepto a cualquier tipo de espectro compuesto por un conjunto de parciales, ya sean o no armónicos.

Tradicionalmente se conoce pues como consonantes a los sonidos que emitidos de forma simultánea gozan de una cierta fusión que da homogeneidad a la percepción armónica. Por el contrario, la disonancia entre dos o más sonidos tiende a considerarse, no como un fenómeno positivo, sino como la falta de consonancia, asociándolo siempre a la idea de sonido desagradable (desde el punto de vista tradicional occidental) puesto que adolecen de esa unidad y coherencia entre ellos.

Una vez expuestas todas estas teorías sobre disonancia y consonancia musical cabe señalar cuál es el fundamento de la idea de consonancia y disonancia empleada en este trabajo.

En primer lugar señalar que se estudiará en todo momento la disonancia, considerando la consonancia solamente como ausencia de disonancia.

En segundo lugar, el criterio para juzgar la disonancia de un intervalo será mirar la relación existente entre la frecuencia de batido para cada par de armónicos fusionados y la anchura de banda crítica correspondiente a ese armónico. Cuando tenemos esa relación se lleva a la gráfica de Plomp y Levelt (1965) (fig. 2.8), con la que tenemos un valor numérico para la disonancia de ese armónico. La disonancia total de un intervalo

la obtenemos de la suma de las disonancia de cada par de armónicos, según Plomp y Levelt (1965), tomando como par de armónicos los que están más próximos entre sí, i.e., la disonancia que se produce entre el primer armónico de cada sonidos que forma el intervalo, la que se produce entre el segundo armónico de cada sonido, etc... Se ha tenido en cuenta también la teoría del enmascaramiento de Kameoka y Kuriyagawa (1969b), que dice, que si uno de los dos sonidos que se están fusionando se está emitiendo con una intensidad bastante superior al otro, el más intenso enmascara al menos intenso y por tanto influye en su disonancia.

Es por tanto un enfoque físico de un concepto musical.

CAPÍTULO 3:

Introducción teórica sobre Música Occidental y Oriental

La música (del griego: μουσική [τέχνη] - mousikē [téchnē], "el arte de las musas") es, según la definición tradicional del término, el arte de organizar sensible y lógicamente una combinación coherente de sonidos y silencios utilizando los principios fundamentales de la melodía, la armonía y el ritmo, mediante la intervención de complejos procesos psico-anímicos. De todos modos, desde hace varias décadas se ha vuelto más compleja la definición de qué es y qué no es la música, ya que hay destacados compositores que, en el marco de diversas experiencias rupturísticas, han realizado experiencias que, si bien son musicales, expanden los límites de la definición de este arte.

La música, como toda manifestación artística, es un producto cultural. El fin de este arte es suscitar una experiencia estética en el oyente, y expresar sentimientos, circunstancias, pensamientos o ideas. La música es un estímulo que afecta al campo perceptual del individuo, así, el flujo sonoro puede cumplir con variadas funciones (entretenimiento, comunicación, ambientación, etc.).

3.1 MÚSICA OCCIDENTAL:

La música occidental es una de las culturas musicales más desarrolladas, y posee sus propios fundamentos que comprenden, entre otras cuestiones, su particular sistema de afinación y ordenación de los sonidos en escalas, su timbre, su particular acercamiento a la forma musical y su textura.

Se denomina tonalidad o tono a una organización de sonidos entorno a un eje o sonido principal, llamado tónica, que es el que rige el funcionamiento de todos los demás. La tonalidad está organizada en siete grados (correspondientes a los siete nombres de nota), cuya importancia es variable.

Una tonalidad puede tener dos modalidades, denominadas mayor y menor. Lo que diferencia un modo del otro es la distinta separación de intervalo que existe entre algunos de sus grados respectivos. Se considera modelo la tonalidad mayor y la tonalidad menor que presenta la posición natural de los grados, sin emplear alteraciones. El proceso de evolución que llevó al abandono de las antiguas modalidades y a la institución de los modos mayor y menor como únicos (s. XVII), tuvo como desenlace el encerrar a éstos dentro de una concepción presidida por un predominio casi absoluto de las escalas básicas de tales modos, eliminando o restringiendo extraordinariamente el empleo de toda variante modal.

El conjunto de escalas que se utilizan hoy en día en su origen fueron construidas por superposición de quintas justas, el problema de esta formulación es que si partes de un C_0 y superpones quintas justas, cuando llegas otra vez al C_7 , siete octavas por encima, no obtienes la misma frecuencia que si superpones siete octavas justas a ese C_0 inicial. Múltiples fueron los intentos realizados para llegar a una solución. Ramos de Pareja (1482), por ejemplo, introduce la “justa entonación”, en principio, se denomina justa entonación a aquellos sistemas de afinación que utilizan las siguientes proporciones para sus intervalos: octava (2:1), quinta (3:2), cuarta (4:3), tercera mayor (5:4) y tercera menor (6:5). La justificación que actualmente se da para explicar la utilización de estos intervalos es que aparecen en la serie de armónicos de un sonido complejo. Los vihuelistas españoles idearon el “Temperamento igual” su aplicación no fue instantánea y tuvo que pasar un tiempo hasta que J. S. Bach lo consagrara en el

“Clave bien Temperado”. Buen temperamento no quiere decir concentrar toda la desafinación en la quinta menos utilizada **F-B** (quinta del lobo), como hacían los antiguos. En realidad, el buen temperamento de hoy debe ser “uniformemente desigual”, es decir, jugando con ligeras desigualdades repartidas no sólo en el intervalo de una octava, sino en toda la tesitura del instrumento. El procedimiento para templar según este sistema consiste en hacer que la coma¹ pitagórica tenga un valor de uno, haciendo coincidir las siete octavas con las doce quintas, para ello, se achican las quintas y en vez de darles un valor de 1.5 (3/2), se da el valor 1.4983 ($\sqrt[12]{2^7}$), utilizando esta cantidad para calcular de nuevo la escala según el método de Pitágoras.

Las escalas occidentales sobre las que vamos a trabajar en el Capítulo 6 son las siguientes:

	Pitágoras		R.Pareja		Zarlino	
C	1	1.000	1	1.000	1	1.000
D	9:8	1.125	10:9	1.111	9:8	1.125
E	81:64	1.266	5:4	1.250	5:4	1.250
F	4:3	1.333	4:3	1.333	4:3	1.333
G	3:2	1.500	3:2	1.500	3:2	1.500
A	27:16	1.688	5:3	1.667	5:3	1.667
B	243:128	1.898	15:8	1.875	15:8	1.875
C'	2	2.000	2	2.000	2	2.000

Tabla 3.1 Relaciones de frecuencia para las escalas de Pitágoras, R. Pareja y Zarlino

También lo haremos sobre una escala de Salinas que mostraremos directamente en dicho capítulo.

¹ Intervalo más pequeño que se puede percibir en la práctica musical y no tiene notación musical posible; en el caso de Aristógenes es la diferencia entre el Tono Grande y el Tono Pequeño de la escala de Aristógenes o la diferencia entre el Semitono diatónico de Tono Grande y el Semitono cromático, o el Semitono diatónico de Tono Pequeño y el Semitono cromático. En el caso de Pitágoras es la diferencia entre dos sonidos enarmónicos comparados por sucesión de quintas y por sucesión de octavas contados desde un mismo sonido.

3.2 MÚSICA ORIENTAL:

3.2.1 Música India

En el tercer milenio existían en el noroeste de la India una antigua civilización india que exhibe determinadas relaciones con Mesopotamia y Egipto. La música se vinculó con el culto védico (la palabra sánscrita veda significa sabiduría). Los cuatro libros de los vedas (a partir de 1000 aC) contienen asimismo la música o sus textos. En ellos se encuentra el primer escrito sobre la música de la India. Se halla en el capítulo dedicado al teatro, puesto que la música india está ligada con la lengua, la danza y el gesto. El autor ficticio Bharata compone una música vocal dedicada al dios Brahma, a partir de los cuatro antiguos libros de los Vedas. La música profana, es decir, sobre todo la poesía amorosa y la música instrumental, se le opone a este culto brahmánico como culto del dios aborígen, no-ario Siva. En el s. XIV se islamiza el norte de la India, pasando la música de culto védica a un segundo plano.

La música de culto védica es vocal y monódica. Sus melodías desarrollan determinadas tonalidades, expuestas por vez primera por Bharata, pero que se remontan a prácticas antiquísimas. Los textos del Rig-veda se declamaban como canto hablado silábico, dentro del estrecho marco de tres alturas de tono entero.

La **música carnática** o *música karnataka* (en sánscrito, *carnátaca sanguítam* [कर्नाटक संगीत], literalmente, «música tradicional» [no tiene que ver con el estado indio Karnataka]) es la música clásica de India del sur (opuesto con la música clásica de India del norte, la música Indostaní). Es diferente del Indostaní en que enfatiza la estructura de la canción, es mucho más teórica, y tiene más reglas estrictas. Igual que toda música india, los conceptos claves son la raga, o la escala, y la tāla, o el ritmo.

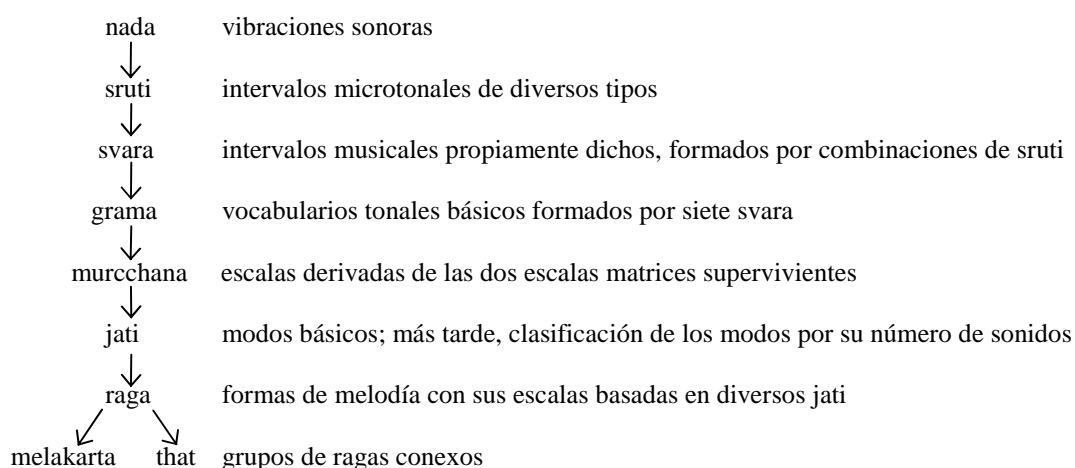
Las fundaciones de la música Carnática se escribieron en textos como el Sama Veda entre 4000 a.C. y 1000 a.C.. Inicialmente, los instrumentos incluían un tipo de trompeta llamado un *nádasuaram* y una batería en forma de barril llamado un *tavil*, que todavía se usan con frecuencia en las bodas y ceremonias hindúes. Los compositores más respetados de la música Carnática eran Tyagaralla, Muttusuámi Díxitar, y Syáma Sástri.

En contraste de la India del norte, el sur nunca fue conquistado por los Mogules, y por lo tanto, su música representa formas más puras e indígenas. La música Carnática quedó popular con la gente, y fue preformado como un ritual espiritual.

El contenido de las canciones de la música Carnática es necesariamente religioso, específicamente, hindú. Mas no siempre alaba, porque el compositor también puede quejarse o siquiera regañar al dios.

En la India antigua, el intervalo más pequeño perceptible por el oído humano se denominaba *sruti*. Teóricamente, había tres diferentes tipos de *sruti* y un vocabulario tonal total de 22 unidades no equidistantes de esa naturaleza dentro de una octava. Al igual que los teóricos del Cercano Oriente, los teóricos musicales indios no consideraban el movimiento desde un *sruti* al contiguo como un intervalo. Si bien, de dos o cuatro *sruti* se combinaban para formar un *svara*, un auténtico intervalo musical o grado. En la actual práctica musical, el vocabulario tonal completo parece incluir solo doce notas, aunque cada una de ellas tiene un grado de tolerancia bastante amplio por lo que respecta a su altura real.

Tanto la práctica antigua como la moderna crean, por lo general, siete *svara* para llegar a una octava (una *saptaka*). Los siete *svara* tienen nombres especiales: Shadjam, Rishabham, Gaanthaaram, Madhyamam, Panchamam, Dhaivatham, Nishadham; pero de ordinario sólo se utiliza la primera sílaba de cada nombre cuando se escribe acerca de esas notas. De ahí que los sonidos *sa, ri, ga, ma pa, dha, ni* se hayan convertido en términos fundamentales para hablar de la música india o para interpretarla.



Todos estos términos aparecen en el Natya-Sastra, pero desde la época de esa obra han cambiado profundamente el significado y la utilización de esas palabras.

De mayor trascendencia musical son las divisiones de *raga* en *that* o *mela* (*melakarta*). En la obra india meridional “Carturdandi-Prakasika”, de 1620, Venkatamakhi sugirió que los sistemas tonales indios se agrupasen en 72 *melakarta*. Se trataba de escalas basadas en conectar seis posibles tetracordos dentro de una cuarta con otro grupo de seis dentro de la cuarta inmediatamente superior. De esta manera se crean 36 escalas posibles, pero el total se duplicaba añadiendo otros seis tetracordos inferiores, dentro de una cuarta aumentada.

La escala india más comúnmente utilizada es la de 22 sonidos. Los nombres que se le asignan a los siete *svara* son, como se ha dicho anteriormente: Shadjam, Rishabham, Gaanthaaram, Madhyamam, Panchamam, Dhaivatham, Nishadham. Estos son los nombres completos, pero a la hora de nombrar los sonidos se utilizan abreviaturas y como varios de ellos definen varios sonidos, se diferencian con un número.

Shadjam	Sa	1	1.00	Madhyamam	Ma3	45:32	1.41
Rishabham	Ri1	256:243	1.05	Madhyamam	Ma4	729:512	1.42
Rishabham	Ri2	16:15	1.07	Panchamam	Pa	3:2	1.50
Rishabham	Ri3	10:9	1.11	Dhaivatham	Dha1	128:81	1.58
Rishabham	Ri4	9:8	1.12	Dhaivatham	Dha2	8:5	1.60
Gaanthaaram	Ga1	32:27	1.18	Dhaivatham	Dha3	5:3	1.67
Gaanthaaram	Ga2	6:5	1.20	Dhaivatham	Dha4	27:16	1.69
Gaanthaaram	Ga3	5:4	1.25	Nishadham	Ni1	16:9	1.78
Gaanthaaram	Ga4	81:64	1.26	Nishadham	Ni2	9:5	1.80
Madhyamam	Ma1	4:3	1.33	Nishadham	Ni3	15:8	1.87
Madhyamam	Ma2	27:20	1.35	Nishadham	Ni4	243:128	1.90

Tabla 3.2 Nombres y relaciones de frecuencia para la escala de 22 sonidos

Señalar que estos son los valores que ciertos teóricos han dado a estos sonidos, pues asignar un valor preciso a los diferentes intervalos utilizados por la música india es

difícil, ya que los músicos no interpretan siempre los mismos sonidos en la misma altura musical, más que un punto representan una zona, dependiendo de la melodía. Su correspondencia aproximada con la música occidental se muestra en la figura siguiente.

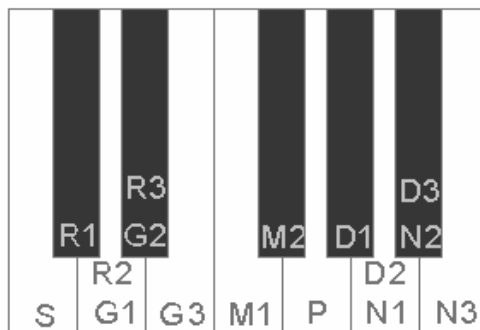


Fig. 3.1 Relación entre la música india y la música occidental

3.2.2 Música Árabe

Es difícil dar un valor exacto de los intervalos que componen los géneros árabes, al igual que ocurre con la música india, por dos razones fundamentales: falta de acuerdo entre los teóricos y no parece existir ese exacto valor.

Probablemente la nota, más que un punto, sea una zona, como ocurre en la música india, que es tocada al paso de la melodía en diferentes puntos, según el contexto melódico que la rodea. Es decir, la realización de una nota es variable en su esencia, y no solamente debido a los errores humanos del intérprete y observador.

La división de la cuarta justa, o tetracordo, en tres intervalos da lugar a diferentes posibilidades que se llaman Géneros. El Género no es solamente un concepto teórico: primordialmente es una experiencia profunda del Músico Árabe, el cual, al darle vida con melodías que utilizan sus notas, guiado por el oído y las posibilidades técnicas del instrumento empleado, acepta unos y desecha otros; y, dentro de los aceptados, acepta unos giros melódicos y desecha otros, con lo que el Género queda consagrado por la Tradición como un grupo de intervalos o notas, un conjunto de reglas melódicas para su enlace y uso, y una atmósfera emotiva.

La teoría de los *maqamat* trata en general de escalas y modos. Históricamente, los *maqamat* se han definido con frecuencia como escalas de siete notas ordenadas dentro de una octava en el estilo griego antiguo de dos grupos de cuatro notas (tetracordos). Estas escalas eran divisivas; es decir, sus notas estaban basadas en el principio de derivación de varias divisiones de una cuerda en vibración. En un principio, las proporciones resultantes de las longitudes de la cuerda se permutaban matemáticamente para crear varias divisiones diferentes de la octava y, así, intervalos de diversos tipos. Utilizando los trastes de un laúd como diagrama se construían muchos modos. Estos “modos digitales” (*asabi*) se disponían en varias figuras geométricas –círculos, estrellas, polígonos – concebidas para mostrar la relación de cada modo con determinados estados de ánimo, momentos del día, estaciones, colores y otros conceptos extramusicales.

El número de divisiones de la octava musulmana cambió muchas veces al paso de los siglos (25, 22, 17, etc...), al igual que cambiaron los nombres y métodos de construcción de las diversas escalas. Así pues, si se consideran los *maqamat* exclusivamente desde el punto de vista de la escala, parece evidente que hay muy poca coherencia en el uso del nombre de las escalas.

Un estudio de la música musulmana realizado en Egipto en 1932 mostró que los egipcios tenían 52 escalas básicas; los sirios, el mismo número, aunque algunas con alteraciones; África del norte tenía 18, de las cuales 16 eran escalas egipcias con otros nombre; Irak tenía 37, 15 de las cuales eran egipcias aunque con otros nombres y el Irán tenía 7, que según los músicos de ese país podían permutarse en todas las demás.

En medio de tanta variedad musical, el observador se siente confuso. Se puede aclarar en parte la base racional de esa variedad teniendo en cuenta dos puntos. Primero, que estamos examinando el *maqamat* en el contexto de una escala abstracta trasladada a notación que difícilmente existe en la práctica; las escalas reales son susceptibles de diversas “traslaciones”, a partir de la tradición auditiva, para darles forma de esas representaciones gráficas incompletas. Segundo (y este punto está en relación con el primero), incluso el más tradicional de los músicos clásicos tenderá a afirmar su propia interpretación de los aspectos modales de un *maqam*, por lo que las diversas escuelas de una misma tradición pueden dar definiciones diferentes de un *maqam*.

En la siguiente tabla se muestran los valores numéricos para los distintos intervalos utilizados en la música árabe (Sánchez González, 1985). Señalar que en ocasiones se ofrecen varios valores para el mismo intervalo, bien por ser presentados por diferentes teóricos, bien por presentarse en diferente modo o en diferente zona de la escala de un modo.

Unísono	1	1.000
Cuarto	35:34	1.029
Semitono	256:243	1.054
	16:15	1.067
	15:14	1.071
Mediana	13:12	1.083
	12:11	1.091
	11:10	1.100
Tono	10:9	1.111
	9:8	1.125
	8:7	1.143
Aumentado	7:6	1.167
	6:5	1.200
Tercera menor	6:5	1.200
Tercera mediana	27:22	1.227
Tercera mayor	5:4	1.250
Cuarta justa	4:3	1.333
Quinta	3:2	1.500
Octava	2	2.000

Tabla 3.3 Valores numéricos para los distintos intervalos en la música árabe

CAPÍTULO 4:

Estudio experimental sobre intervalos en las escalas occidentales

4.1 OBJETIVOS:

El objetivo de este estudio es la comprobación experimental de los resultados estadísticos y numéricos realizados por Plomp y Levelt en 1965. Se emitirán dos sonidos simultáneos, empezando por el unísono, uno de ellos se mantendrá fijo y el otro irá ascendiendo cromáticamente hasta alcanzar la octava. Los sonidos serán emitidos por instrumentos no temperados, como el violín o el clarinete y por uno temperado, el órgano.

4.2 EXPERIMENTO:

El experimento consiste en grabar una serie de sonidos musicales de diferentes instrumentos en un ordenador y hacer un análisis de Fourier de los mismos. Con la posibilidad que nos ofrecen los aparatos utilizados realizaremos medidas con una gran precisión para ver donde están exactamente los armónicos y luego pondremos un poder separador semejante (en la medida de lo posible) al del oído humano para compararlas con las respuestas sensoriales.

Los aparatos que utilizaremos para el desarrollo del experimento serán, un micrófono G.R.A.S., tipo 40 AF, número de serie 23558, un amplificador G.R.A.S., tipo 26 AK con número de serie 24402, con el que introduciremos la señal en el sonómetro integrador de precisión, modelo Symphonie, marca 01dB y número de serie #01099, que conectado al ordenador nos permite ver los resultados.



Fig. 4.1 Analizador de espectros utilizado

4.3 ESTUDIO SOBRE EL VIOLÍN:

Con este instrumento lo que hicimos fue llamar a un violinista para que tocara.

Partimos de dos D_4 en unísono, el primero de ellos con la cuerda al aire (el segundo no). Desde ahí, manteniendo fijo el D_4 de la cuerda al aire vamos ampliando el intervalo cromáticamente hasta llegar a la 8^a , pero procurando que las relaciones de frecuencia sean sencillas en vez de las temperadas, i.e., por ejemplo en el caso de la tercera, hacer una tercera armónica en lugar de melódica. Los instrumentistas de afinación no fija afinan de forma diferente si buscan una afinación armónica o melódica, i.e., si buscan que “suene bien” como acorde (al tocar en grupos de cámara) o que “suene bien” una melodía. Podríamos decir que la tercera melódica sería temperada (una relación 81:64), mientras que la tercera armónica sería sencilla o justa (una relación 5:4) (ésta quedaría más baja, menor frecuencia, que la primera).

En primer lugar mostraremos un espectro fino (con una anchura de banda pequeña), que nos permite observar todos los armónicos bien diferenciados, como si estuviéramos superponiendo los espectros de los dos sonidos por separado. De esta forma podremos observar cómo de juntos están los picos de intensidad para armónicos próximos. Por otro, mostraremos un espectro con anchura de banda de 50 Hz para ver los armónicos que se han fusionado. Esta nueva frecuencia fusión será la semisuma de las frecuencias que se fusionan y batirá con una frecuencia que será la diferencia de ambas.

La frecuencia de batido la calcularemos midiendo el tiempo que tarda el armónico que forma ese batido en concreto en realizar una oscilación y luego calcularemos su inverso (ya que la frecuencia es el inverso del período).

Para calcular la disonancia de cada acorde tendremos que sumar las disonancias de cada par de armónicos de dicho acorde, según explica Plomp en su artículo (1965, p.555): *“We assume that the total dissonance of such an interval is equal to the sum of the dissonances of each pair of adjacent partials”*. Para calcular la disonancia primero calcularemos la anchura de banda correspondiente a cada frecuencia-fusión, miramos qué tanto por ciento de cada anchura le corresponde a la frecuencia de batido y con la gráfica de Plomp para la disonancia (Fig. 2.8), le asignamos un valor.

Luego compararemos esta anchura de banda con la frecuencia de batido cuya disonancia estamos analizando y al tanto por ciento resultante, le atribuimos un valor de disonancia dado por la curva de Plomp y Levelt (notar que esta curva está dada en valores relativos). Hemos aproximado la curva a la siguiente ecuación:

$$y = -12.683 x^4 + 34.062 x^3 - 31.287 x^2 + 9.8927 x + 0.0007$$

Vamos pues con el espectro fino para el D₄D₄:

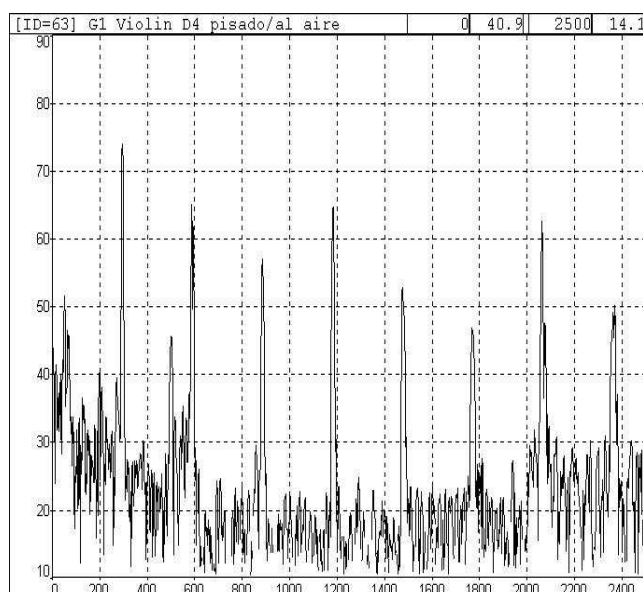
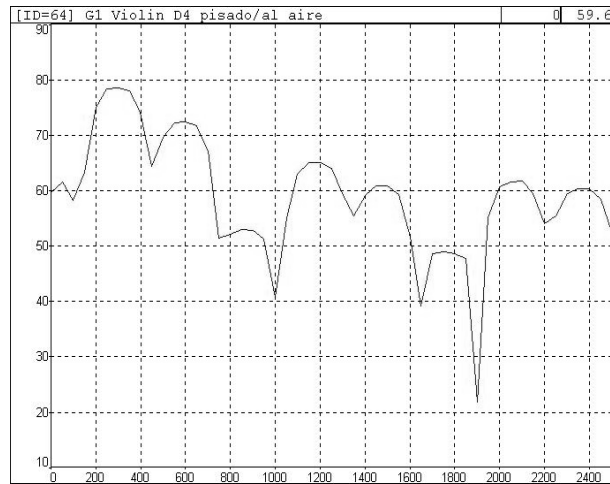
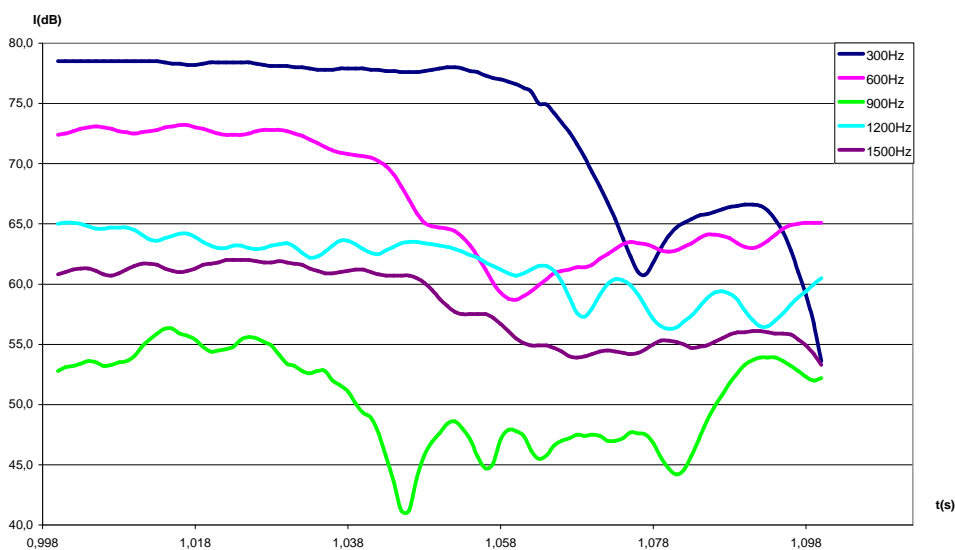


Fig. 4.2 Espectro D₄D₄ (ancho de banda 1.569 Hz)

Fig.4.3 Espectro D₄D₄ (ancho de banda 50 Hz)

Si bien del espectro fino solamente nos interesan los valores de las frecuencias para los que hay un pico de intensidad, del espectro ancho nos interesa ver su evolución en el tiempo, para ver como entre esos picos se producen batidos al ir variando la intensidad con el tiempo.

Al hacer el análisis de Fourier de la señal de audio grabada previamente, en lugar de hacer el análisis directamente, obtenemos el espectro para cada milisegundo, con lo que observando varios espectros podemos apreciar dicho cambio de intensidad. Hemos realizado las medidas sobre el segundo segundo, para que el músico hubiera conseguido una estabilidad en la afinación. Tomando los valores de la intensidad para cada pico, para cada milisegundo durante la primera décima del momento escogido, obtenemos la siguiente gráfica.

Fig. 4.4 Variación de la intensidad frente al tiempo para D₄D₄

Como hemos dicho, el espectro fino correspondiente a D_4D_4 se muestra en la Fig.4.2. En ella vemos que para casi todos los armónicos tenemos un solo pico de intensidad (con alguna excepción, en cuyo caso están muy próximos).

En el espectro ancho (Fig. 4.3) observamos el mismo número de picos que en el espectro fino, aunque en este caso son más anchos.

Estos hechos nos llevarían a esperar que no se produjesen batidos, como así observamos en la Fig.4.4. Deberíamos haber encontrado líneas rectas o con pequeñas oscilaciones como ocurre al principio de la gráfica, el hecho de que las líneas suban o bajen de forma no periódica es debido a una variación en la afinación de la ejecución durante la misma.

Los valores obtenidos para las frecuencias por separado y los obtenidos para el acorde del unísono son los que se muestran en la tabla siguiente.

D4 (Hz)	D4 (Hz)	D4D4 (Hz)
295	295	300
589		600
	595	
884	884	900
1183	1183	1200
1477	1477	1500
1770	1770	1750
2063		2050
	2077	
2363		2350
	2369	

Tabla 4.1 Frecuencias para el D_4 pisado y al aire por separado y simultáneamente

Vemos que casi todos los picos coinciden y los que no lo hacen se encuentran a una distancia muy próxima, de todas formas, observando la Fig.4.4 se aprecia la ausencia de batidos, luego, esas frecuencias que no coinciden exactamente en ambos sonidos por separado, no los forman. Cabe señalar que el hecho de que en la columna de la derecha, donde se muestran las frecuencias con picos de intensidad cuando se emiten

los dos sonidos simultáneamente, no aparezca el mismo valor de frecuencia que en las dos columnas de la izquierda cuando coincide, o un valor intermedio, cuando difieren ligeramente, es debido a que la precisión con la que tomamos unas y otras es diferente. En el caso de las dos columnas de la izquierda la precisión es mucho mayor, mientras que en la columna de la derecha, al buscar una precisión semejante a la anchura de banda, lo que ganamos en comparación con el oído humano, lo perdemos en precisión de valores.

En el siguiente acorde, $D_4 Eb_4$ veremos los primeros batidos.

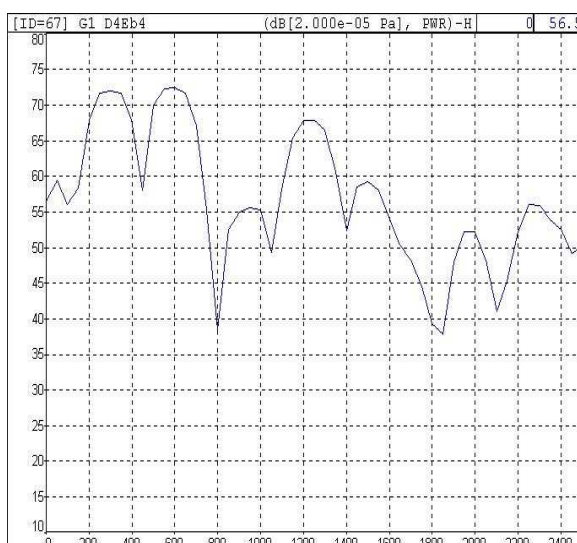
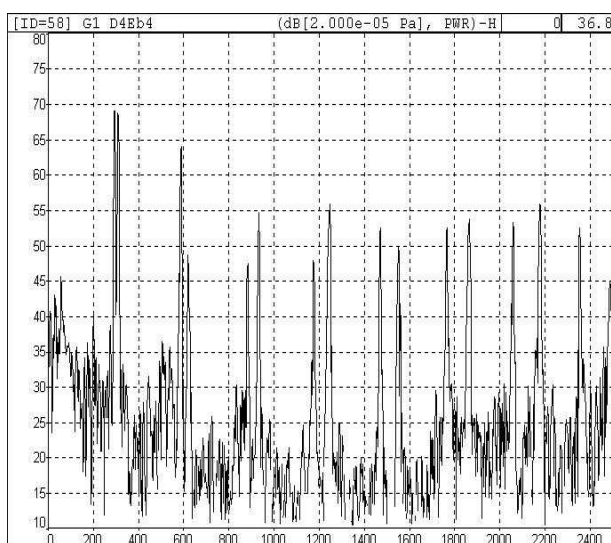
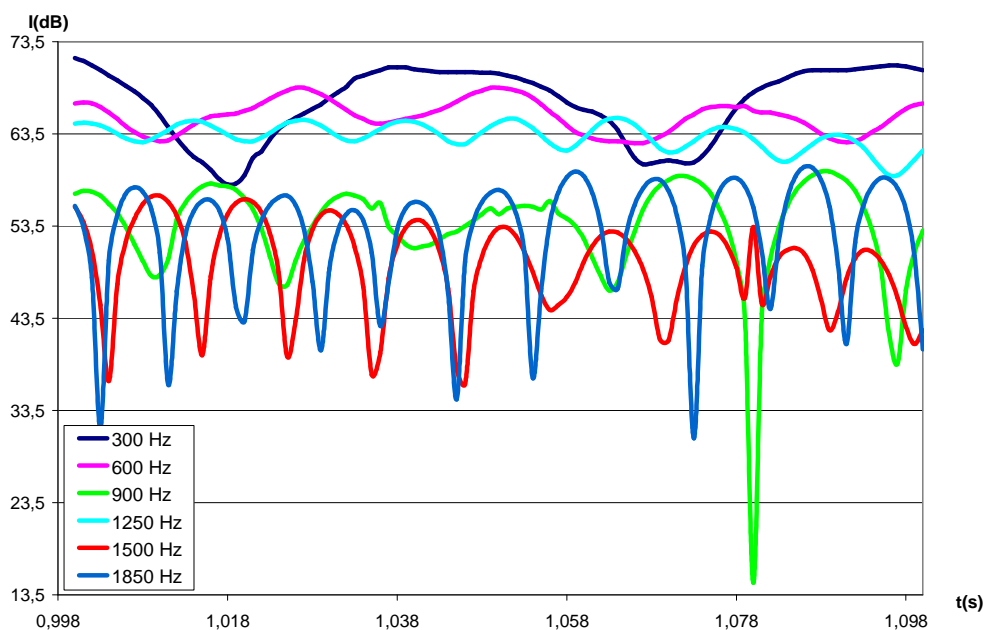


Fig. 4.5 Espectro $D_4 Eb_4$ (con anchura de banda 1.563 Hz) Fig. 4.6 Espectro $D_4 Eb_4$ (con anchura de banda de 50 Hz)

Como se puede observar en la Fig. 4.5, este espectro difiere bastante del primero (Fig. 4.2). En este caso, si vemos muchos picos de intensidad situados suficientemente cerca para que el oído no los separe como dos sonidos diferentes, pero suficientemente lejos para que no los considere una sola frecuencia.

En el espectro de la Fig. 4.6 si apreciamos ya, como los picos que se agrupaban de dos en dos en la gráfica anterior, son fusionados en uno en esta nueva gráfica.

Pero para observar mejor los batidos, vamos a representar nuevamente la variación de la intensidad en función del tiempo.

Fig. 4.7 Variación de la intensidad frente al tiempo para D_4Eb_4

Ahora sí observamos oscilaciones periódicas para todos los armónicos fusionados.

En la siguiente Tabla (Tabla 4.2) mostramos todos los picos que producen batido y también viene señalada su frecuencia de batido (f_b), calculada a partir de los espectros obtenidos de la señal de audio: como cada espectro dista 1ms del siguiente podemos saber el tiempo que tarda un pico en hacer una oscilación completa. En dicha tabla (4.2) se muestra la frecuencia de cada pico del espectro con anchura de banda de 50 Hz, i.e., los armónicos ya fusionados (f_i); los picos correspondientes a cada armónico de los dos sonidos por separado (f_{i_1}, f_{i_2}); la diferencia de frecuencias entre cada par de armónicos y la semisuma de las mismas; la frecuencia de batido (f_b), explicada anteriormente y por último la Disonancia que se le asigna a cada armónico. Para obtener este número, lo que se ha hecho fue, mirar qué tanto por ciento corresponde la frecuencia de batido de cada armónico respecto de la anchura de banda correspondiente a dicho armónico. Teniendo esa relación se ha llevado a la ecuación obtenida de la Fig. 2.8, obteniendo así un valor de 0 a 1 para la disonancia. La disonancia total del intervalo se obtiene sumando las disonancias obtenidas para cada armónico que bate con una frecuencia de batido dentro de la anchura de banda. Si la frecuencia de batido se encuentra fuera de dicha anchura, ese batido no se considera disonante (ya que el cerebro es capaz de identificarlo).

i	f_i	f_{i1}	f_{i2}	$f_{i2}-f_{i1}$	$(f_{i1}+f_{i2})/2$	fb	Disonancia
1	300	294	313	19	303.5	17.79	0.96
2	600	589	623	34	606.0	34.72	0.99
3	900	880	936	56	908.0	55.17	0.87
4	1250	1173	1247	74	1210.0	72.80	0.83
5	1500	1467	1559	92	1513.0	87.79	0.79
6	1850	1761	1872	111	1816.5	114.58	0.72

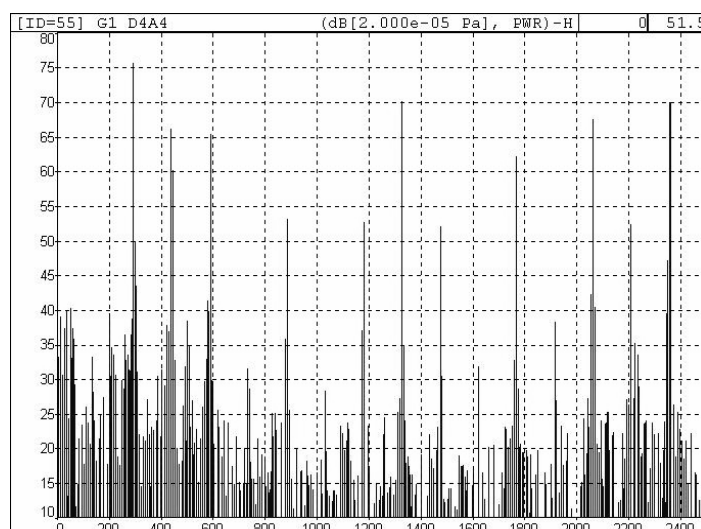
Tabla 4.2 Batidos del acorde $D_4 Eb_4$

Para calcular la disonancia de este acorde (de este intervalo) sumaremos las disonancias de cada uno de sus armónicos, obteniendo una disonancia total 5.16.

Observamos que la frecuencia de batido experimental (fb) es del orden de la diferencia de frecuencias ($f_{i2}-f_{i1}$) y que la semisuma de las frecuencias que forman el batido es del orden de la frecuencia fusión (f_i).

Para terminar con las medidas del violín, mostraremos el intervalo de 5ª J; el resto de resultados están en el Anexo I .

Para la quinta justa tenemos:

Fig. 4.8 Espectro $D_4 A_4$ (con anchura de banda 1.563 Hz)

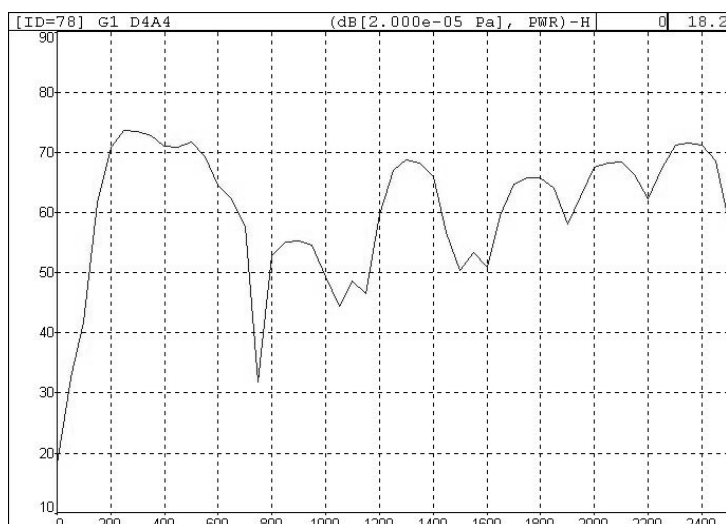


Fig. 4.9 Espectro D₄ A₄ (con anchura de banda 50 Hz)

Observando el espectro fino y el espectro ancho, cabe esperar la ausencia de batidos, vamos a ver la representación de la intensidad frente al tiempo.

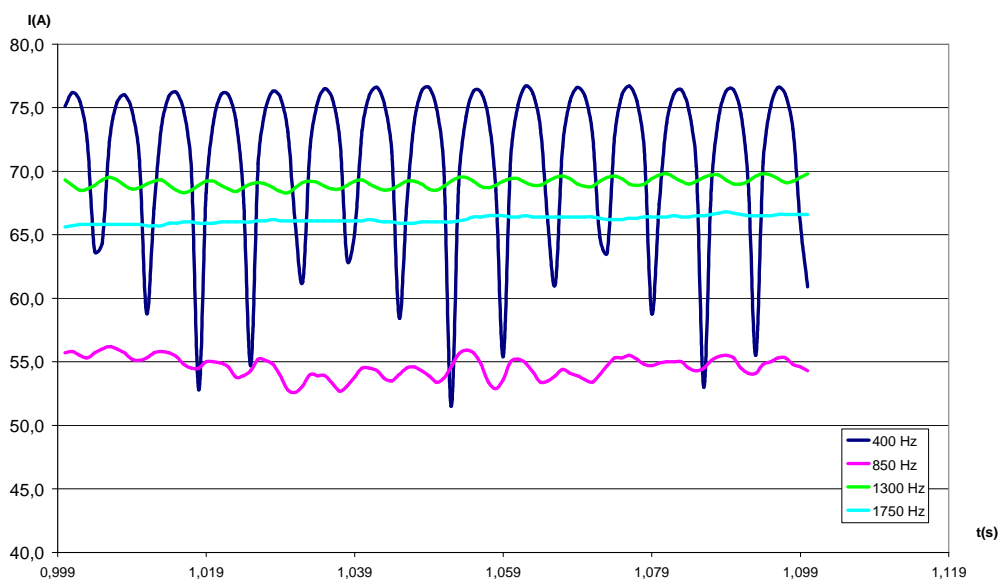


Fig. 4.10 Variación de la intensidad frente al tiempo para D₄A₄

Vemos que el único armónico que varía en el tiempo es el primero, ya que las oscilaciones de los otros dos son tan pequeñas que se pueden despreciar. Dicho armónico tiene una frecuencia de batido superior a la anchura de banda, por tanto es un batido consonante.

f_i	f_{i1}	f_{i2}	$f_{i2}-f_{i1}$	$(f_{i1}+f_{i2})/2$	f_b	Anchura de banda	Disonancia
400	295	442	147	368.5	154.76	105.78	0.00

Tabla 4.3 Batidos del acorde $D_4 A_4$

Cabe señalar que en las tablas 4.2 y 4.3 aparecen solamente las frecuencias de los armónicos de los acordes correspondientes que forman batido, contribuyan o no a la disonancia.

Haciendo lo mismo para el resto de acordes mencionados y normalizando la disonancia, obtenemos una curva semejante a la de Plomp y Levelt (1965) (Fig. 4.11).

La diferencia fundamental entre la Fig. 2.9 y la nuestra es que mientras ellos obtuvieron la disonancia de cada acorde de una forma numérica, nosotros lo hicimos de forma experimental, midiendo las frecuencias de los sonidos que se fusionan y la frecuencia de batido de este sonido fusión de ambos. El valor de la disonancia se lo asignamos según la ecuación obtenida de la Fig. 2.8, como se ah dicho con anterioridad.

Así, superponiendo nuestros resultados sobre la gráfica de Plomo y Levelt obtenemos:

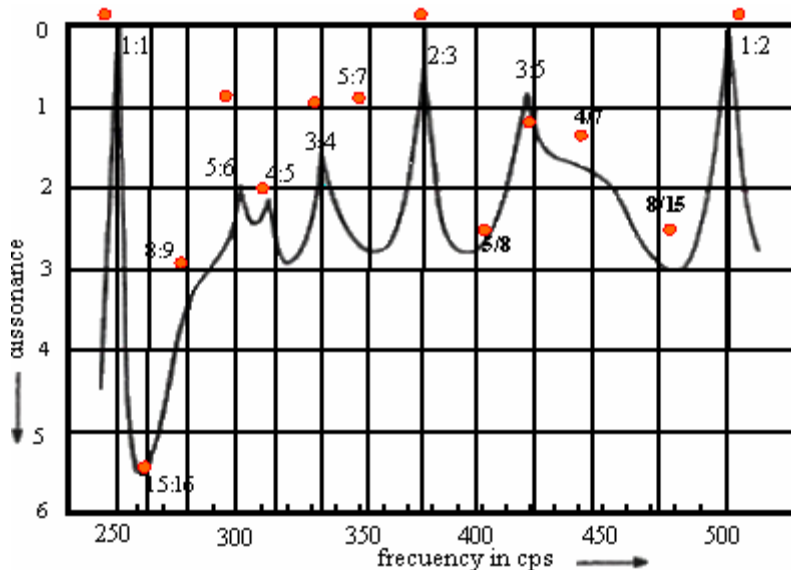


Fig. 4.11 Comparación entre los resultados de Plomp y Levelt (1965) y nuestros resultados para el violín

Los puntos rojos corresponden a nuestros resultados. No podemos hacer una gráfica continua, como Plomp y Levelt, ya que no barremos todo el rango de frecuencias, solo las correspondientes a los acordes que se muestran en el Anexo I. Ellos solo sacan relaciones de frecuencia en números naturales hasta 6 (1:1, 5:6, 4:5, 3:4, 2:3, 3:5, 1:2) mientras que nosotros sacamos relaciones de frecuencia para números mayores de 6 (15:16, 8:9, 5:7, 5:8, 4:7, 8:15), sus sonidos son artificiales (por eso pueden controlar el número de armónicos), mientras que los nuestros son naturales y por eso tienen muchos más armónicos.

Observamos también que las relaciones de frecuencia que coinciden con las que se muestran en la Fig.2.9, en nuestro caso son relaciones más consonantes que para Plomp y Levelt. Si bien en un principio se podría esperar que puesto que el mayor número de armónicos empleado por nosotros respecto de Plomp y Levelt contribuiría a una mayor disonancia hay una serie de factores que influyen en ella, como la intensidad, por ejemplo. Por ello, la intensidad de los armónicos que manejan Plomp y Levelt puede producir mayores disonancias que los nuestros (aún siendo menos armónicos). También hay que tener en cuenta que el punto de mayor disonancia obtenido en nuestro experimento se ha hecho coincidir con el punto de mayor disonancia obtenido por Plomp y Levelt. En todo momento estamos trabajando pues con valores relativos, los sonidos son más o menos consonantes que otros, entonces para poder establecer una comparación se ha tomado como referencia el valor más disonante y el menos, comparando el resto en función de esa escala, i.e., si el valor más disonante para nuestro experimento fuese más disonante que el de Plomp y Levelt, las diferencias de los otros picos (entre nuestros resultados y los de Plomp y Levelt) serían distintas.

4.4 ESTUDIO SOBRE EL CLARINETE:

Con los clarinetes hicimos lo mismo que con el violín. En este caso, para producir los dos sonidos simultáneos empleamos dos clarinetes. Uno mantuvo una nota B_{b3} y el otro, partiendo de B_{b3}, fue subiendo cromáticamente hasta la octava, siempre buscando intervalos justos, no temperados, correspondientes a relaciones de frecuencia con números enteros sencillos. Los intervalos justos eran conseguidos modificando la presión hasta conseguir una afinación lo más consonante posible (que coinciden con relaciones sencillas de frecuencia).

De la misma manera que para el caso del violín, mostraremos solamente unas gráficas, las otras se añadirán en el Anexo II. Los cálculos realizados siguen el mismo procedimiento que en el apartado anterior.

Bb₃Bb₃:

Mostraremos primero la gráfica con el espectro fino de este acorde:

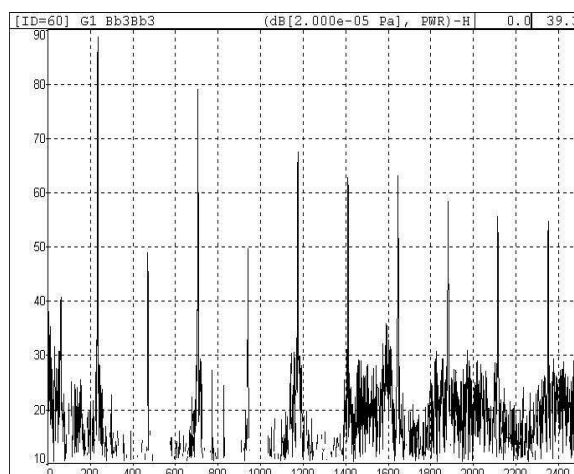


Fig. 4.12 Espectro Bb₃ Bb₃ (con anchura de banda 0.781 Hz)

Como se ha explicado en el caso del violín, la razón de mostrar un espectro fino es ver los espectros superpuestos de los dos sonidos aislados (con una anchura de banda fina). Al mostrar el espectro con anchura de banda mayor, asemejamos nuestros resultados a lo que el oído humano recoge.

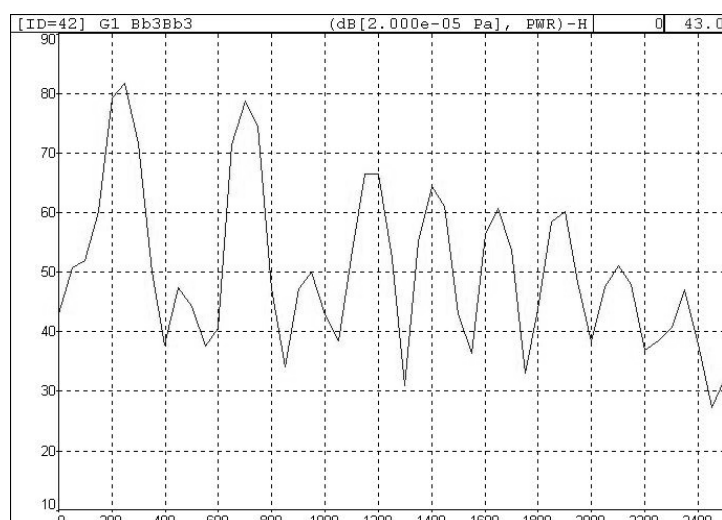


Fig. 4.13 Espectro Bb₃Bb₃ (con anchura de banda de 50 Hz)

Al igual que en el caso del violín, mostraremos en un gráfico la intensidad frente al tiempo, para poder observar los batidos que se producen.

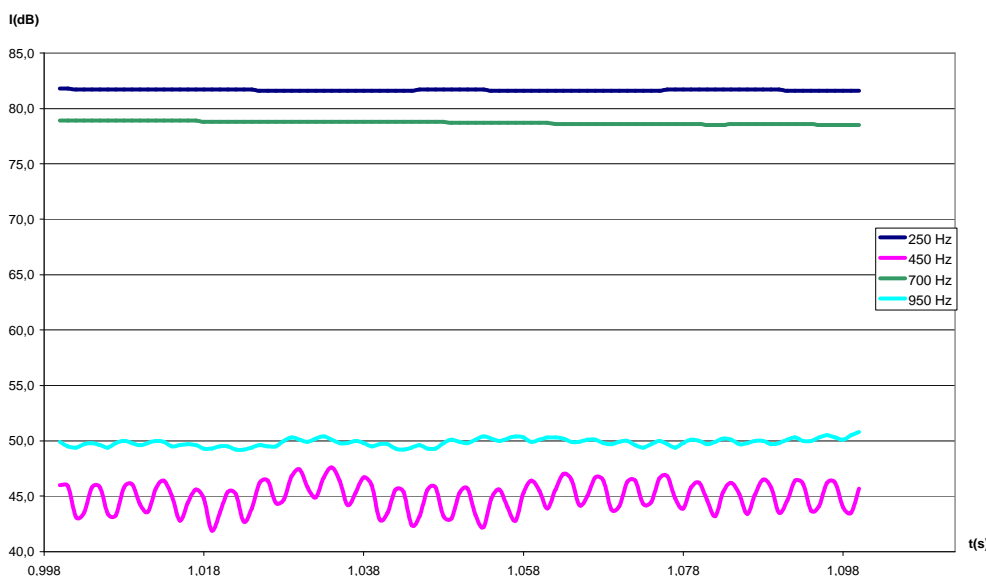


Fig. 4.14 Variación de la intensidad frente al tiempo para Bb₃Bb₃

En esta gráfica podemos observar dos cosas importantes, la primera de ellas es la ausencia de batidos, ya que la oscilación más destacable se produce en un rango de frecuencia muy pequeño pudiendo considerarlo despreciable. La segunda es la diferencia de intensidad entre los armónicos pares y los armónicos impares, lo que satisface la teoría, que dice que los tubos abiertos tienen todos sus armónicos menos el clarinete, que se comporta como un tubo semicerrado teniendo solamente armónicos impares.

A continuación vamos a ver los resultados numéricos correspondientes a cada sonido

Bb3		Bb3bis		Bb3		Bb3bis	
Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB	Hz	dB
237.50	78.5	237.50	85.4	1406.25	67.3	1406.25	60.3
468.75	48.9	468.75	43.2	1643.75	66.5	1643.75	79.1
706.25	69.4	706.25	78.9	1875.00	60.2	1875.00	72.4
937.50	55.6	937.50	44.9	2112.50	54.6	2112.50	74.6
1175.00	64.9	1175.00	74.5	2343.75	53.2	2350.00	62.6

Tabla 4.4 Frecuencias del acorde Bb₃Bb₃

Como vemos en la Tabla 4.4, los armónicos de ambos sonidos coinciden exactamente, por eso vemos en las gráficas que no se producen batidos.

Bb₃B₃:

Vemos primero el espectro con una anchura de banda estrecha (Fig. 4.15)

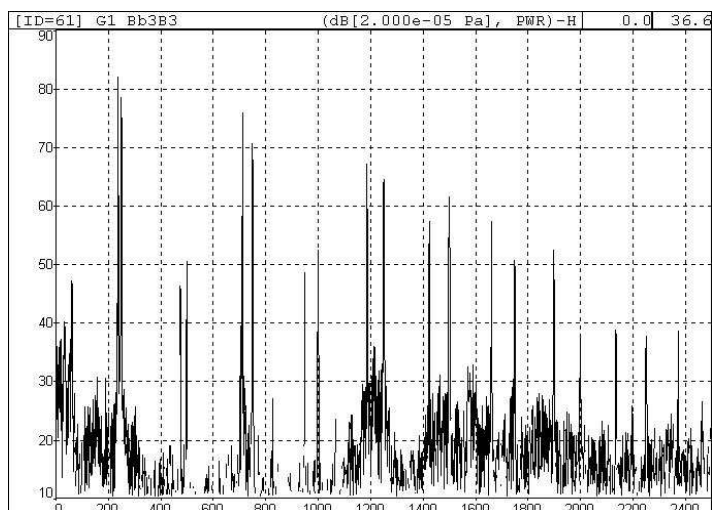


Fig 4.15 Espectro del acorde Bb₃B₃ (con anchura de banda 0.781 Hz)

Y a continuación (Fig.4.16), el espectro con anchura de banda del orden de la anchura de banda del oído humano en diferentes momentos de tiempo.

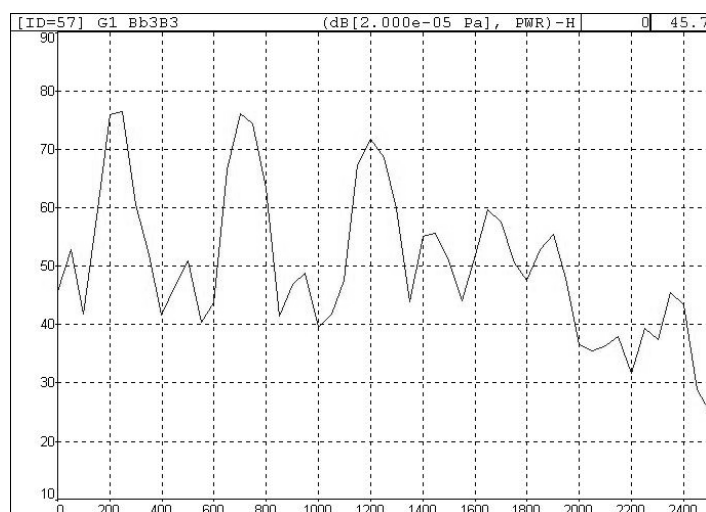


Fig. 4.16 Espectro del acorde Bb₃B₃ (con anchura de banda de 50 Hz)

Vamos a ver la representación de la intensidad en función del tiempo:

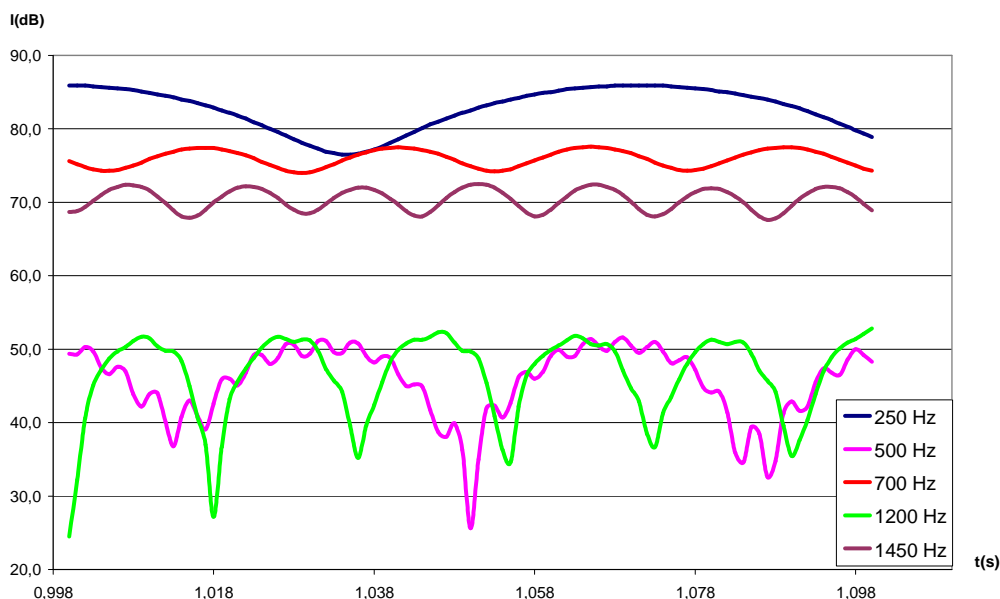


Fig. 4.17 Variación de la intensidad frente al tiempo para Bb₃B₃

En esta gráfica, seguimos observando como para los armónicos pares la intensidad es mucho menor que para los impares y podemos ver los batidos que mostramos de forma numérica en la tabla siguiente.

f_i	f_{i1}	f_{i2}	$f_{i2}-f_{i1}$	$(f_{i1}+f_{i2})/2$	f_b	Anchura de banda	Disonancia
250	237.50	268.75	31.3	253.1	26.88	94.14	0.98
750	706.25	800.00	93.8	753.1	80.13	136.18	0.41
1350	1175.00	1331.25	156.3	1253.1	111.11	198.28	0.47
1600	1643.75	1593.75	50.0	1618.8	87.50	227.62	0.84

Tabla 4.5 batidos del acorde Bb₃B₃

En este caso tenemos dos armónicos menos que batien en comparación con el mismo acorde para el violín; lo cual puede ser debido a que en el caso del clarinete los armónicos pares tienen poca relevancia y al haber menos armónicos se producen menos batidos. También se observa, debido al mismo motivo, que la disonancia total es menor

en este acorde producido por los clarinetes que en el producido por los violines (para el primer caso tenemos una disonancia total de 2.5, mientras que para el segundo de 5.16)

Bb_3F_4 :

Los resultados obtenidos para la quinta justa son los siguientes, en primer lugar el espectro fino y posteriormente el ancho (Fig. 4.18 y 4.19):

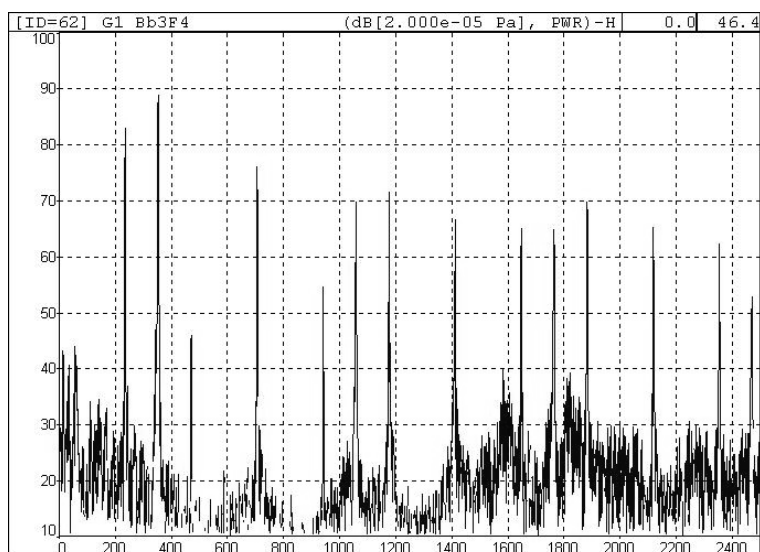


Fig 4.18 Espectro del acorde Bb_3F_4 (con anchura de banda 0.781 Hz)

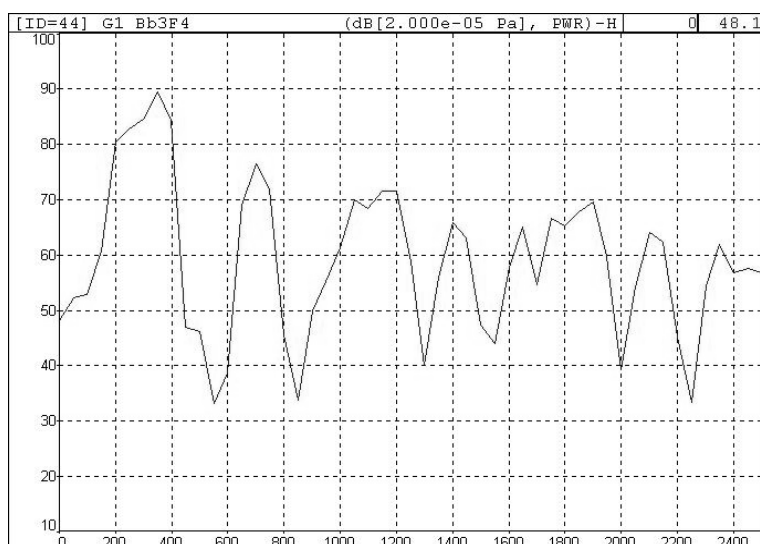


Fig 4.19 Espectro del acorde Bb_3F_4 (con anchura de banda 50 Hz)

En este acorde, la relación entre la intensidad de los armónicos impares y los pares es diferente a los casos anteriores y se corresponde con lo explicado en el Capítulo 1 sobre que en el registro alto, los armónicos pares tienen casi la misma intensidad que los

impares, cosa que no ocurre en el registro grave, como hemos visto, ésto es debido quizás a la caña o reforzados por resonancias vocales. Vamos a ver la representación de la intensidad frente al tiempo para realizar el estudio de los batidos.

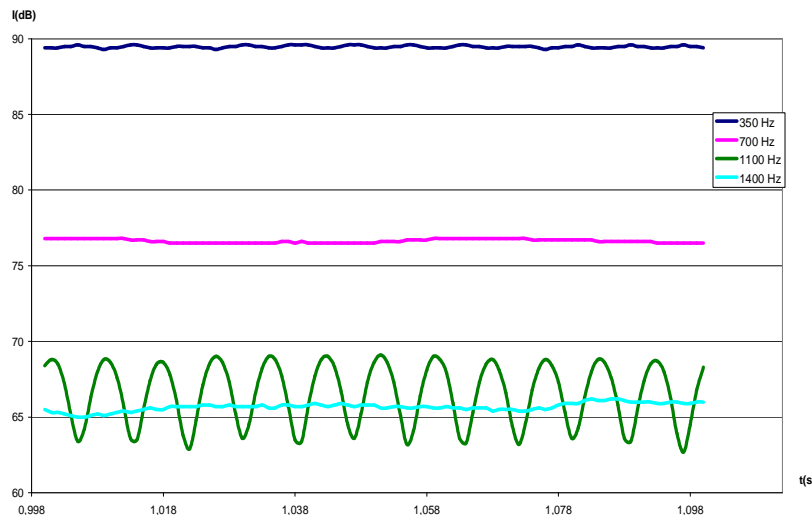


Fig. 4.20 Variación de la intensidad frente al tiempo para Bb_3F_4

En estas gráficas vemos que no se producen batidos; es cierto que en algunos de los picos se producen pequeñas oscilaciones, pero no pueden llegar a considerarse batidos. Como ya hemos visto en el acorde anterior, en este también hemos encontrado menos batidos que en el caso del violín, los motivos son los mismos que para dicho acorde, i.e., no existen armónicos pares y por tanto, al tener menos armónicos, tiene menos disonancia.

Al igual que para el violín, hemos comparado nuestros resultados con los de Plomp (Fig.4.21).

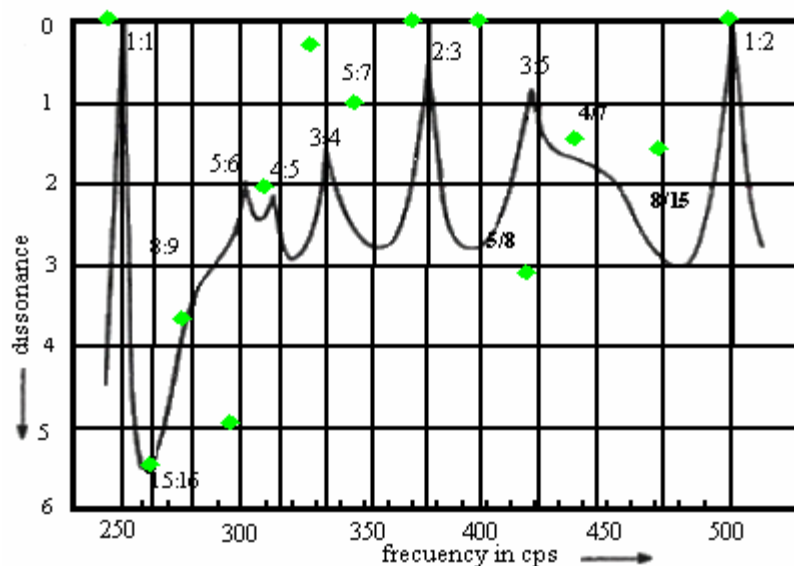


Fig. 4.21 Comparación entre los resultados de Plomp y Levelt (1965) y nuestros resultados para el clarinete

Aquí nos encontramos con que, del mismo modo que en el caso del violín, aparecen más relaciones de frecuencia consonantes que en el gráfico de Plomp y Levelt debido a que utilizamos más armónicos que él. En este caso, y a diferencia del instrumento anterior, para las relaciones 5:6 y 3:5, obtenemos una disonancia mucho mayor que Plomp y Levelt (como se ve en la Fig. 4.21, también mucho mayor que para el violín). Como se ha explicado para el violín, la intensidad de los armónicos influye en la consonancia y disonancia, lo cual puede motivar resultados no esperados si no la tenemos en cuenta.

En la Fig. 4.22 comparamos los resultados obtenidos para el violín y para el clarinete:

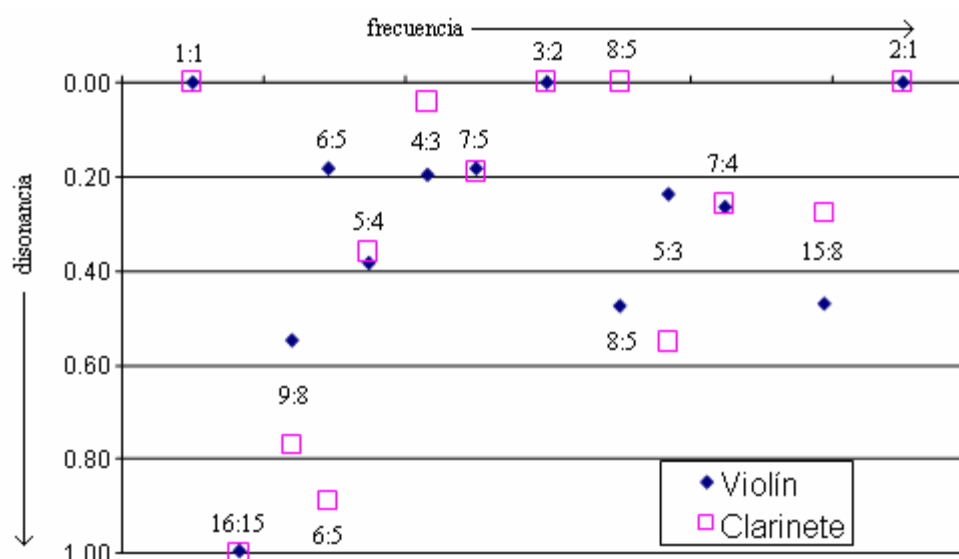


Fig. 4.22 Comparación entre los resultados obtenidos para el violín y para el clarinete (en el eje X tenemos relaciones de frecuencias y en el eje Y disonancia)

Para la elaboración de esta gráfica se han normalizado los resultados obtenidos para ambos instrumentos, de forma que podemos hacer un estudio comparativo entre la disonancia de cada uno de ellos. Si bien algunos intervalos coinciden en cómo de disonantes son, otros no lo hacen, lo cual puede ser debido al hecho, de que para el clarinete tenemos menos armónicos que para el violín, lo cual puede favorecer en algunos casos la disonancia y actuar en su contra para otros.

4.5 ESTUDIO SOBRE EL ORGANOS:

Vamos ya por el último instrumento con el que trabajamos para intervalos occidentales, el órgano de la Iglesia de S. Francisco. Éste se diferencia de los anteriores en que tiene una afinación temperada. En este caso, trabajaremos con intervalos todos ellos temperados ya que no permite afinación en el momento de la ejecución sino que ésta es fija.

Mostraremos los mismos acordes que hemos visto en los casos anteriores, para comparar entre un instrumento temperado y aquellos en los que se ha intentado tocar con intervalos justos (no temperados). Empezamos con la 2ªm ya que el unísono no es posible hacerlo.

C₄C#₄:

Vamos a ver en primer lugar el espectro de este acorde con una anchura de banda estrecha y luego varias imágenes del espectro con anchura de banda de 50Hz en diferentes momentos del tiempo, para ver que armónicos se fusionan:

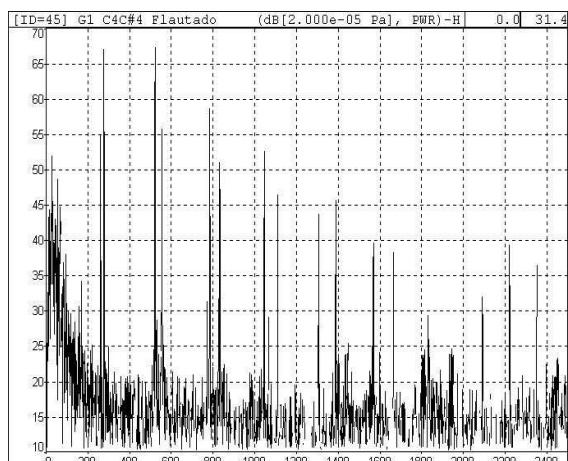


Fig. 4.23 Espectro del acorde C₄C#₄
(con anchura de banda 0.781 Hz)

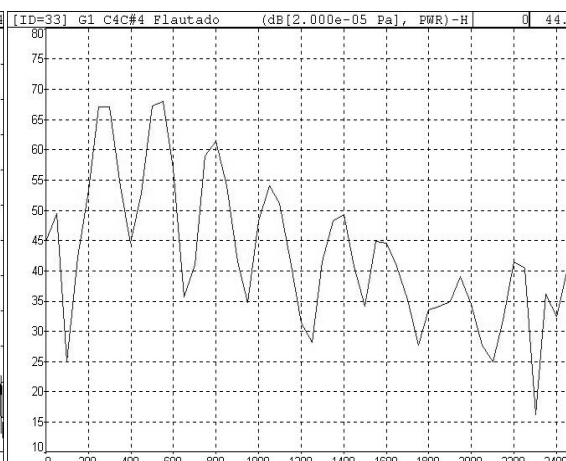


Fig. 4.24 Espectro del acorde C₄C#₄
(con anchura de banda 50 Hz)

Por último mostraremos los batidos correspondientes a este acorde.

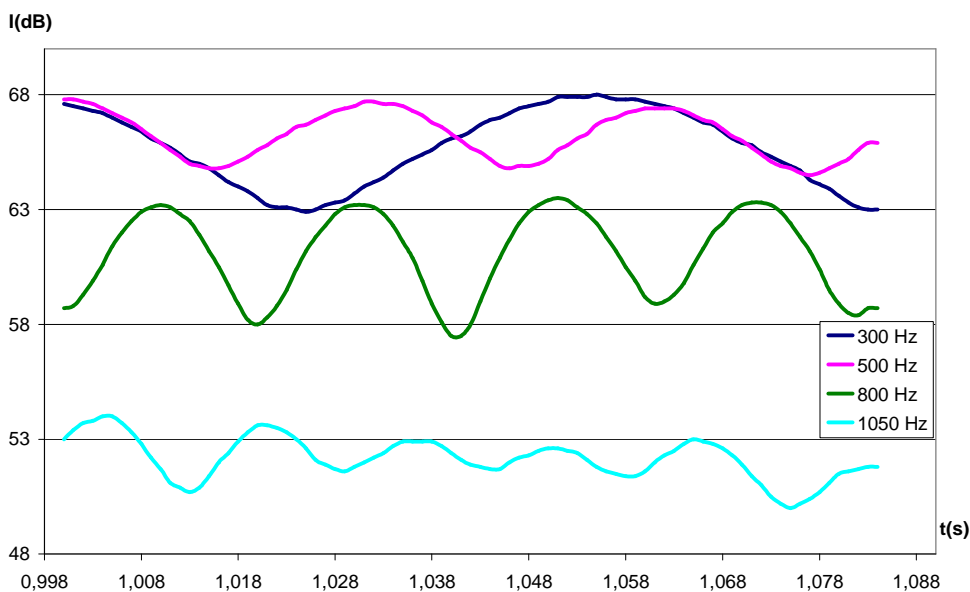


Fig. 4.25 Variación de la intensidad frente al tiempo para C₄C#₄

Los resultados numéricos correspondientes a estas gráficas y que hemos utilizado pues, para nuestros cálculos son los que siguen.

f_i	f_{i_1}	f_{i_2}	$f_{i_2}-f_{i_1}$	$(f_{i_1}+f_{i_2})/2$	f_b	Anchura de banda	Disonancia
300	262.50	278.13	15.63	270.32	1.67	97.92	0.16
500	521.88	556.25	34.37	539.07	33.91	114.01	0.97
800	784.38	834.38	50.00	809.38	51.32	140.89	0.88

Tabla 4.6 Batidos del acorde C₄C#₄

Tiene solamente tres batidos (como el clarinete), pero además, la disonancia que produce es menor que la de los otros dos instrumentos donde se pretendió una afinación justa. La disonancia total de un acorde la obtenemos sumando las disonancias que producen cada uno de los picos que baten.

C_4G_4 :

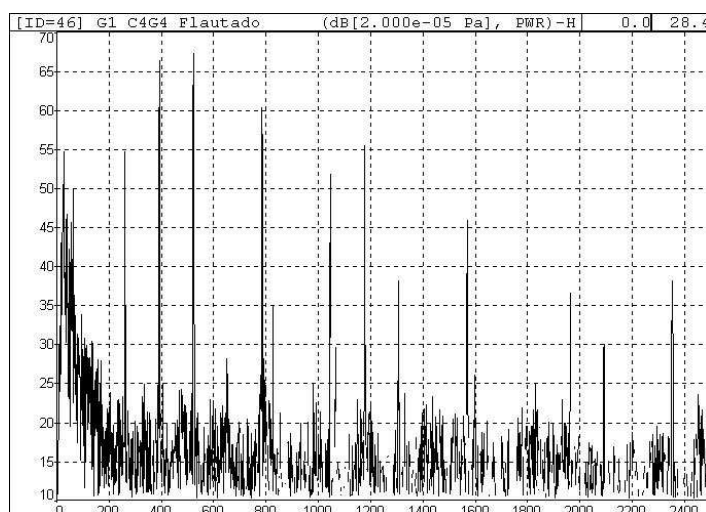


Fig. 4.26 Espectro del acorde C_4G_4 (con anchura de banda 0.781 Hz)

Este es el espectro para la quinta justa con una anchura de banda muy pequeña. Vemos que para cada armónico hay un solo pico de intensidad y que no hay picos de intensidad muy próximos, así que cabe esperar que no tengamos batidos para este acorde, al menos, batidos disonantes.

Vamos a ver el espectro con anchura de banda de 50Hz.

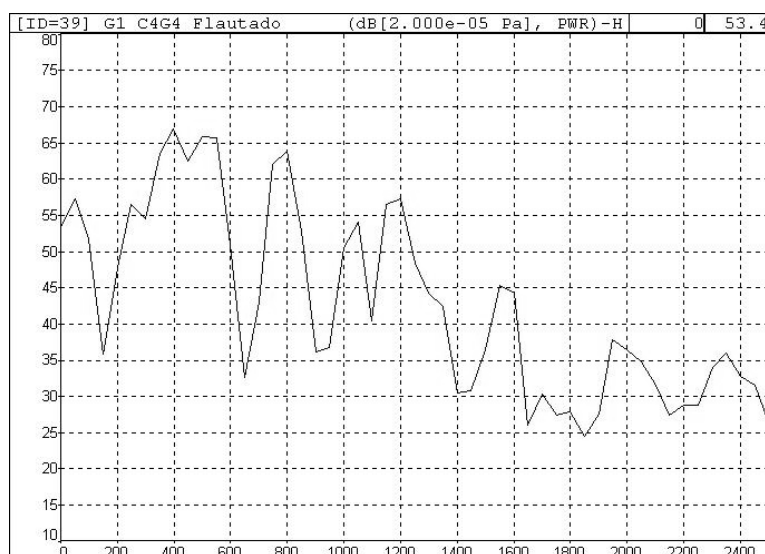


Fig. 4.27 Espectro del acorde C_4G_4 (con anchura de banda de 50Hz)

Y a continuación, la gráfica en la que representamos la variación de la intensidad en función del tiempo para observar los posibles batidos.

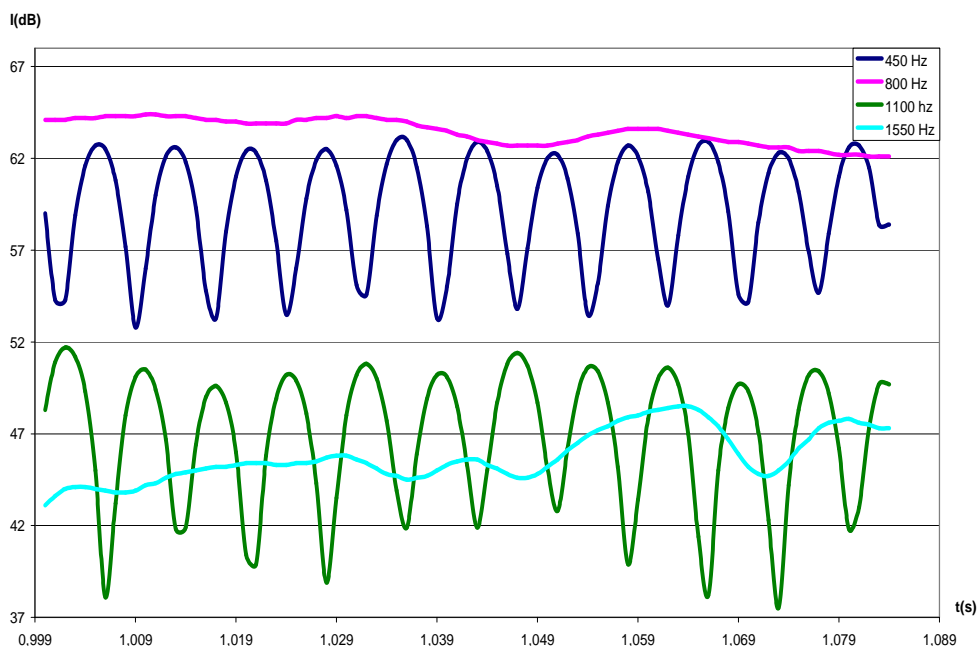


Fig. 4.28 Variación de la intensidad frente al tiempo

Representando nuestros datos en la gráfica de Plomp, como hemos hecho en los casos anteriores tenemos:

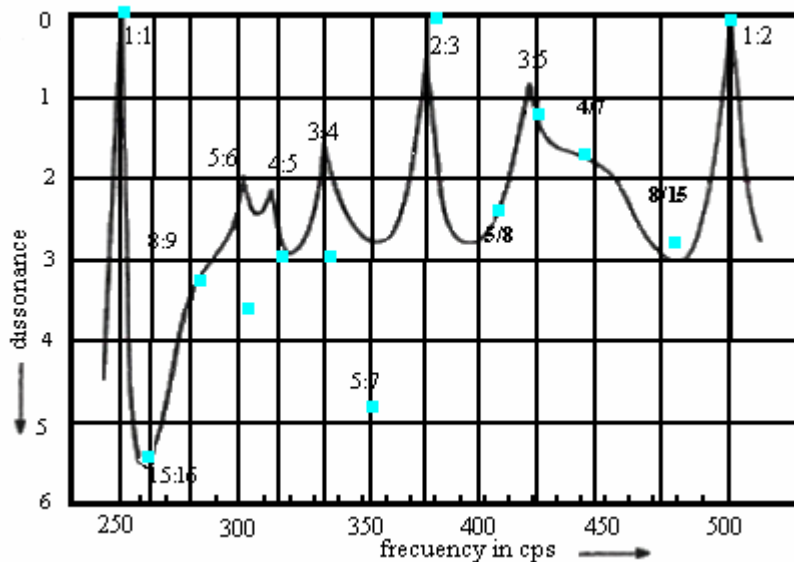


Fig. 4.29 Comparación entre los resultados de Plomp y Levelt (1965) y nuestros resultados.

Hay que señalar en primer lugar, que aunque se pongan relaciones enteras de proporción entre las frecuencias, en realidad son intervalos temperados, y por tanto no son enteras, pero para que sea más fácil la comparación con los acordes medidos anteriormente los representaremos así. El dato quizás más importante a destacar de la

Fig. 4.29 es la disonancia obtenida para el armónico 5:7, en este caso estamos hablando del tritono, ya que en un sistema temperado no existe la relación 5:7, pero este intervalo de 4ª aumentada en el sistema temperado es mucho más disonante que cuando buscamos la relación de números enteros más sencilla, como puede verse en la Fig.4.30, la cual también está normalizada.

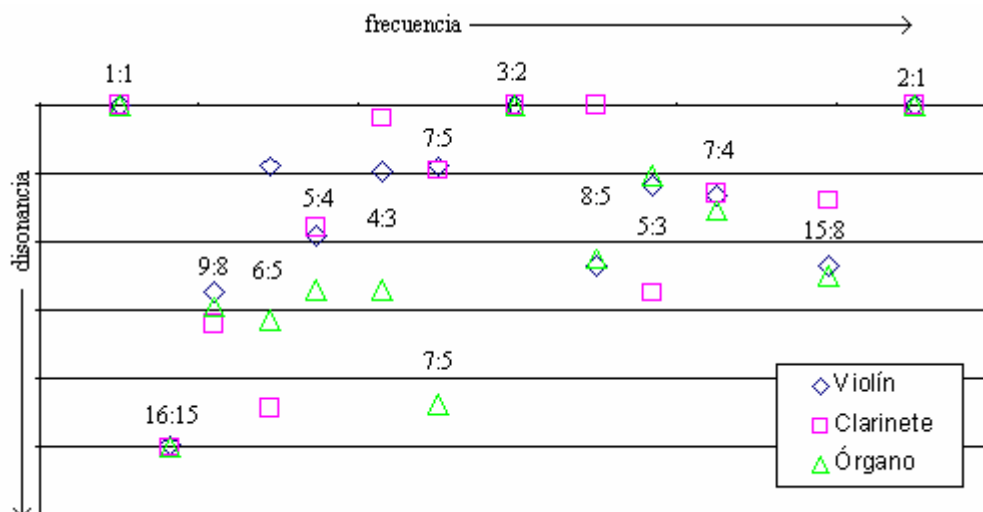


Fig. 4.30 Comparación entre los resultados obtenidos para el violín, clarinete y órgano (en el eje X tenemos relaciones de frecuencias y en el eje Y disonancia)

CAPÍTULO 5:

Estudio experimental sobre intervalos en las escalas orientales

5.1 OBJETIVOS:

El objetivo de este estudio es tener una idea experimental de cómo de disonantes son los intervalos utilizados en las escalas indias (en concreto en la de 22 sonidos).

5.2 EXPERIMENTO:

En este caso lo que se hizo fue reproducir los valores numéricos que teníamos para la escala india de 22 sonidos con un monocordio. Este instrumento ha sido utilizado, ya desde la antigua Grecia, para la enseñanza teórica y práctica de la música y como herramienta de medida.

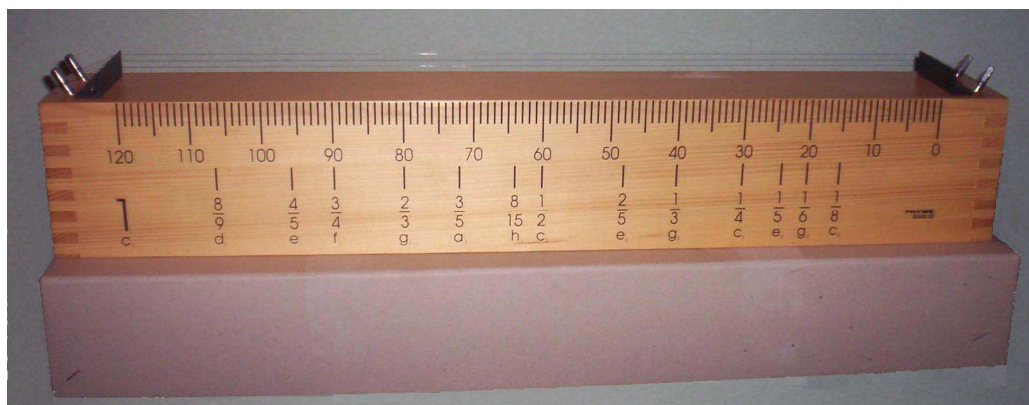


Fig. 5.1 Monocordio empleado

En primer lugar se afinaron las dos cuerdas al unísono, posteriormente una de ellas se ha mantenido fija y la otra la hemos ido variando guardando las relaciones de frecuencia correspondientes a la escala de 22 sonidos. Para ello disponíamos de un traste móvil que nos permitía ir obteniendo las relaciones de frecuencia deseadas.

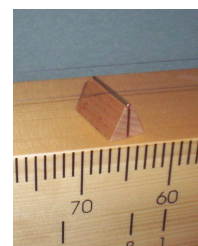


Fig 5.2 Traste móvil

Para poder asegurar que la relación de frecuencia era la deseada, se colocaba el traste, se medía con el Symphonie y se comprobaba el valor de la frecuencia. En caso de las relaciones de frecuencia más pequeñas, se modificó la afinación de las cuerdas, ya que debido a la forma del traste no era posible acercarlo lo suficiente al extremo de la cuerda como se requería.

De todos los resultados obtenidos, que se muestran en el Anexo IV, vamos a mostrar aquí los más característicos. Por ejemplo el intervalo, cuando hemos medido las escalas occidentales, el intervalo más disonante era 16:15, pero ahora, al aparecer nuevos intervalos, hemos encontrado otro más disonante como 256:243.

Mostraremos, como hemos hecho para las escalas occidentales, en primer lugar un espectro con anchura de banda muy fina, que simula la superposición de los espectros individuales de cada uno de los sonidos por separado, posteriormente mostraremos el espectro con anchura de banda de 50 Hz, para simular lo que percibe el oído humano y posteriormente la gráfica que representa la intensidad frente al tiempo, para ver los batidos.

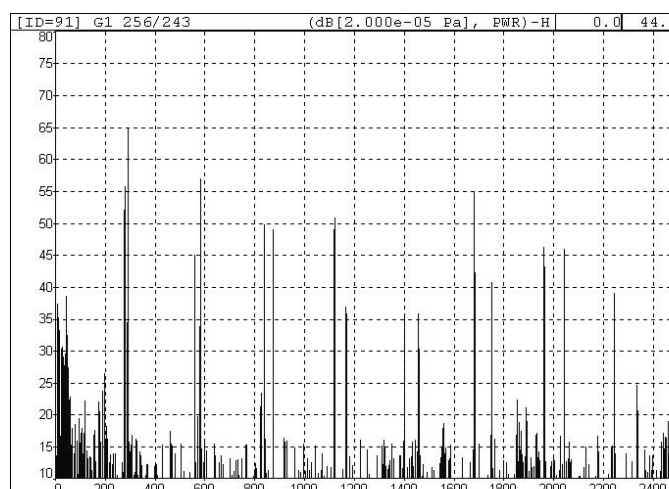


Fig. 5.3 Espectro 256:243 (ancho de banda 0.781 Hz)

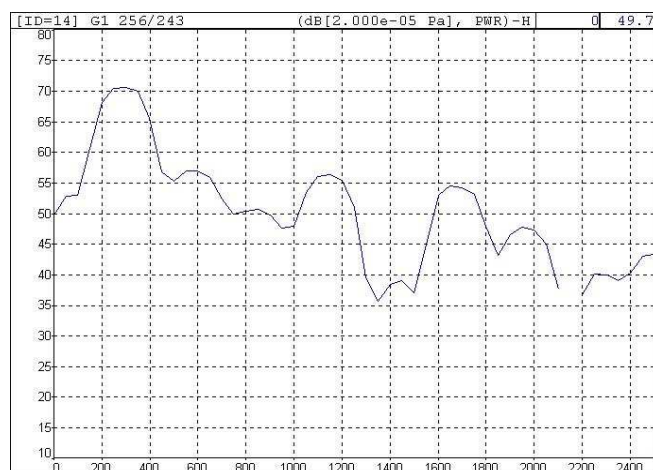


Fig. 5.4 Espectro 256:243 (ancho de banda 50 Hz)

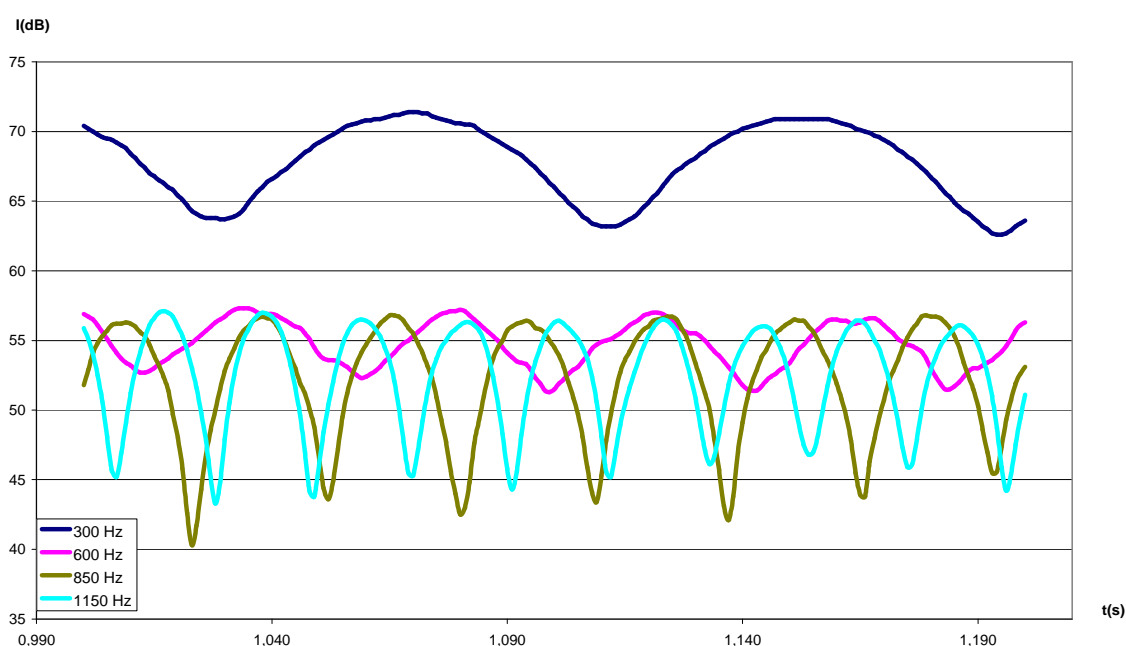


Fig. 5.5 Variación de la intensidad frente al tiempo 256:243

La gráfica con los batidos de la relación 16:15 se puede ver en el Anexo IV. A continuación mostraremos los resultados numéricos de ambos intervalos para comprobar que el primero es más disonante que el segundo.

256 : 243		f_b	A. B.C.	$\%f_b$	Dison.	16 : 15		f_b	A. B.C.	$\%f_b$	Dison.
	300	12.13	97.90	12.39	0.81		300	21.89	97.90	22.36	0.99
	600	23.51	122.60	19.18	0.97		600	43.03	122.60	35.10	0.90
	850	35.10	145.70	24.10	1.00		850	64.58	145.70	44.32	0.72
	1150	47.62	176.20	27.03	0.99		1150	87.12	176.20	49.44	0.60
					3.77						3.21

Tabla 5.1 Frecuencias de batido y valores de la disonancia para 256 : 243 y 16 : 15

En la primera columna se muestran las frecuencias correspondientes al espectro con anchura de banda de 50 Hz, el que se asemeja al oído humano; en la segunda, la frecuencia de batido (f_b) correspondiente a cada armónico; A. B.C. son las iniciales de Anchura de Banda Crítica, así que en esta columna se indica la anchura de banda crítica correspondiente a cada armónico; se señala también el tanto por ciento que la frecuencia de batido corresponde a esa anchura de banda ($\%f_b$); y por último, se calcula la disonancia de cada armónico como se ha indicado en los primeros cálculos en el Capítulo 4 (“teniendo el tanto por ciento que la frecuencia de batido se corresponde con la anchura de banda se lleva a la ecuación obtenida de la Fig. 2.8, obteniendo así un valor de 0 a 1 para la disonancia. La disonancia total del intervalo se obtiene sumando las disonancias obtenidas para cada armónico que bate con una frecuencia de batido dentro de la anchura de banda. Si la frecuencia de batido se encuentra fuera de dicha anchura, ese batido no se considera disonante (ya que el cerebro es capaz de identificarlo”).

Por el contrario, también hemos encontrado intervalos más consonantes que en las escalas occidentales, es el caso de las relaciones 32:27 y 27:16 que carecen de batidos como vamos a mostrar a continuación.

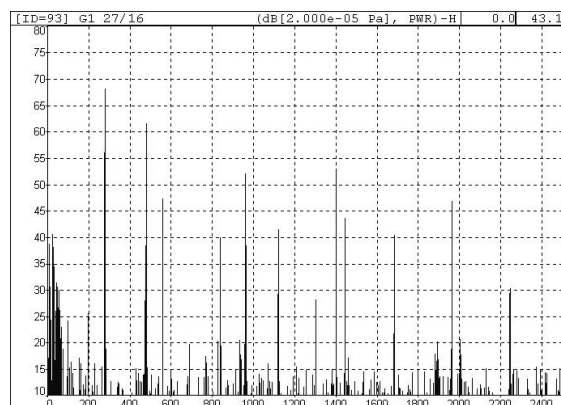
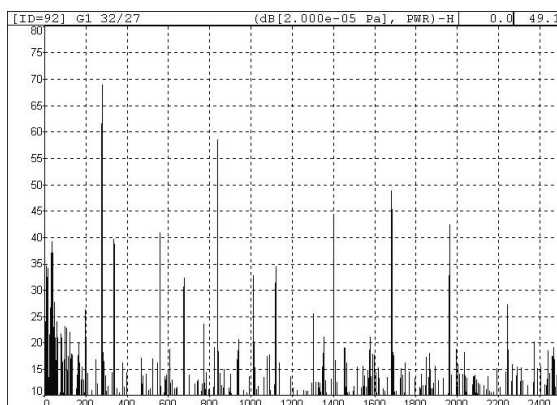


Fig. 5.6 Espectro 32 : 27 (ancho de banda 0.781 Hz) Fig. 5.7 Espectro 27 : 16 (ancho de banda 0.781 Hz)

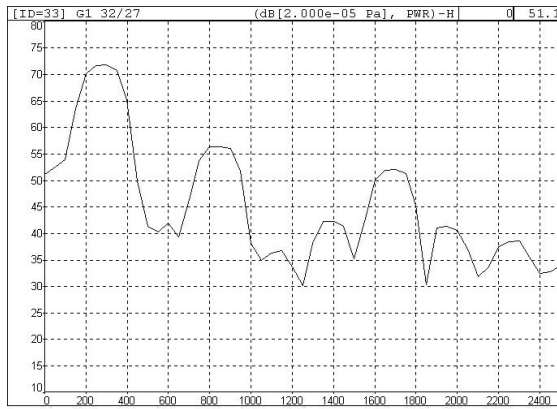


Fig. 5.8 Espectro 32 : 27 (ancho de banda 50 Hz)

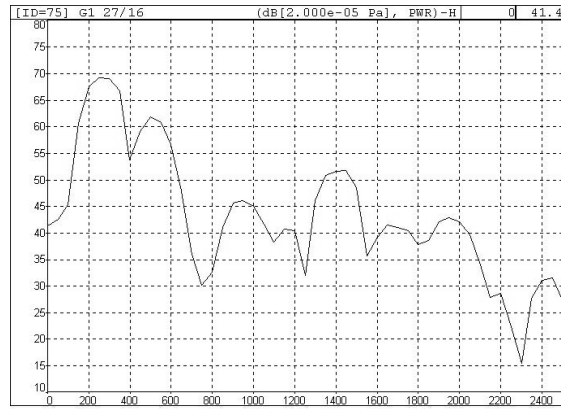


Fig. 5.9 Espectro 27 : 16 (ancho de banda 50 Hz)

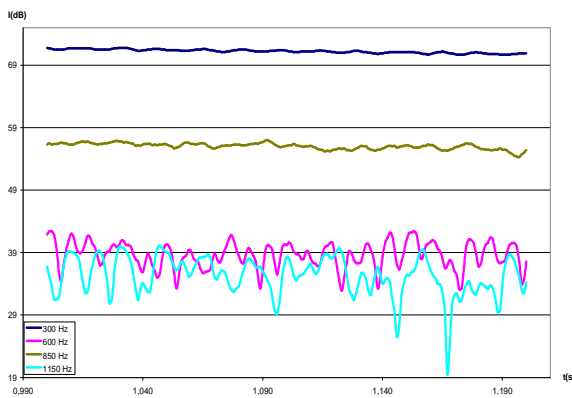


Fig. 5.10 Variación de la intensidad frente al tiempo 32 : 27

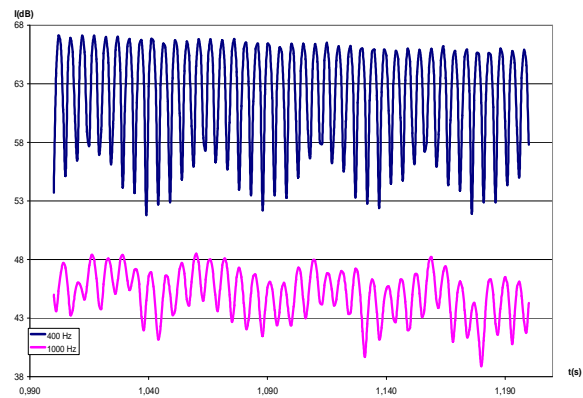


Fig. 5.11 Variación de la intensidad frente al tiempo 27 : 16

27/16		f_b	A. B.C.	$\%f_b$	Dison.
	400	210,53	105,78	>100,00	0,00
	1000	166,67	160,58	>100,00	0,00

Tabla 5.2 Frecuencias de batido para 27 : 16

En el caso de 32:27 como se puede ver no se producen batidos y en el segundo caso, 27:16 los batidos que se producen tienen una frecuencia de batido mayor que la anchura de banda crítica correspondiente a la frecuencia de dicho pico por lo que esos batidos no producen disonancia.

A continuación vamos a mostrar la superposición de los valores obtenidos para la escala de 22 sonidos sobre la gráfica de Plomp y Levelt.

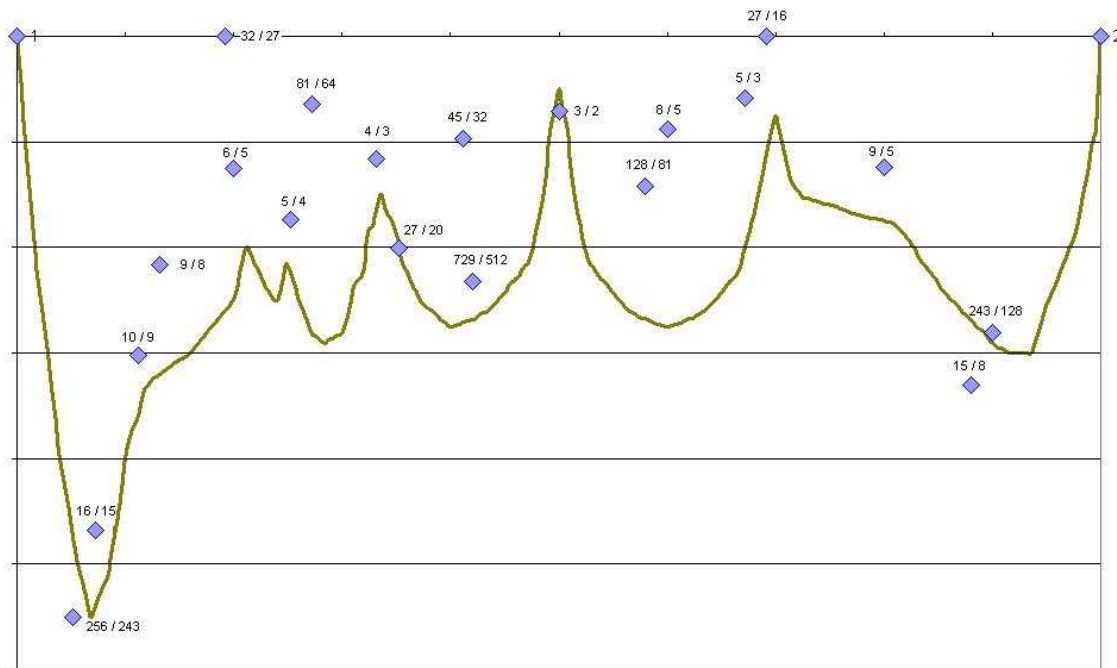


Fig. 5.12 Puntos de la escala de 22 sonidos sobre la gráfica de Plomp y Levelt

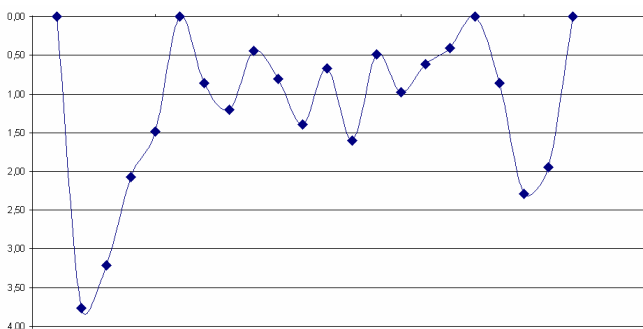


Fig. 5.13 Puntos de la escala de 22 sonidos unidos

Si unimos los puntos que obtenemos nosotros, tenemos una gráfica similar, aunque no exacta, esa diferencia viene dada, al igual que en el caso de las escalas occidentales por dos motivos, el primero es que trabajamos con todos los armónicos, mientras

Plomp y Levelt lo hacen solamente con seis y el segundo es que no barremos todo el rango de frecuencias, como hacen ellos, aunque en este caso, tenemos más valores que en caso de los intervalos utilizados en occidente.

Si ahora superponemos los valores obtenidos para Occidente y los obtenidos para Oriente obtenemos.

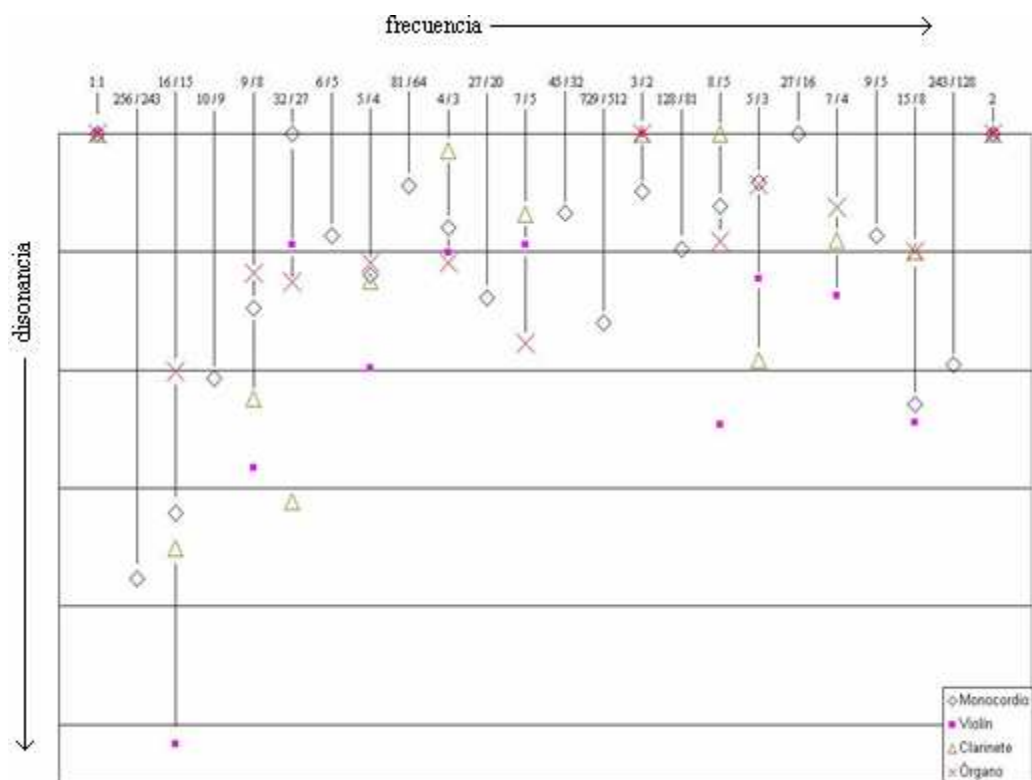


Fig. 5. 14 Superposición de todos los resultados no normalizados

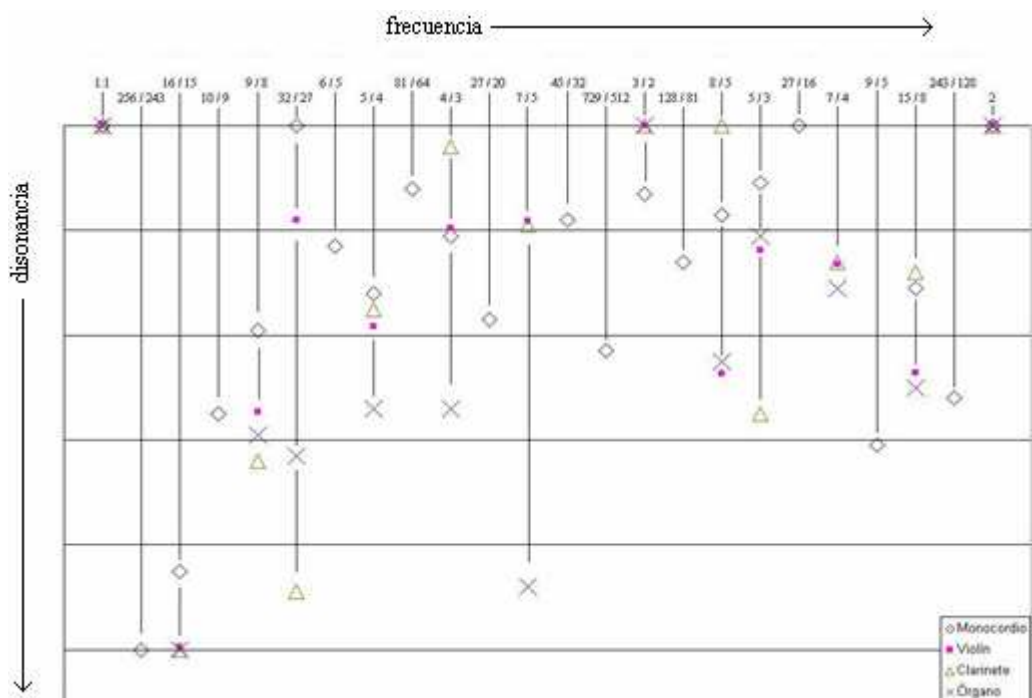


Fig. 5. 15 Superposición de todos los resultados normalizados

Lo primero que hay que señalar de estas gráficas es que los valores obtenidos para el órgano no se corresponden con esas relaciones de frecuencia, ya que no estamos trabajando, con él, con una afinación justa, sino temperada, pero los dejamos así para una mejor comparación, puesto que los valores reales se aproximan mucho a éstos, como se ha dicho anteriormente.

Otro dato importante, es que el monocordio tiene más relaciones interválicas que el resto de instrumentos, esto es debido a que con él se han reproducido los intervalos de la escala india de 22 sonidos, frente a los 11 sonidos de la escala cromática temperada. En principio, esperaríamos que los nuevos intervalos, por estar formados por relaciones menos sencillas, fuesen más disonantes que los de la música occidental, pero al tener en cuenta factores como el número de armónicos que puede emitir cada instrumento o la intensidad de cada armónico, muchas veces los resultados experimentales no se corresponden con los resultados esperados.

Al observar la gráfica normalizada, podemos ver, que si no en todos los intervalos, en la mayoría de ellos el instrumento más disonante es el órgano, hecho que ocurre de forma muy marcada en el intervalo 7:5. Esto es debido precisamente a lo comentado anteriormente sobre el verdadero valor de los intervalos en el órgano, al ser un instrumento temperado, si bien en valor decimal las relaciones interválicas son muy similares en valor fraccionario no se producen relaciones sencillas, lo que contribuye a una mayor disonancia.

Por el contrario, volviendo a la gráfica normalizada, el instrumento más consonante, de forma general, sería el monocordio, como se observa muy marcadamente en el intervalo 32:27, lo cual tiene su justificación en ser el instrumento más sencillo de los cuatro, y por tanto el que menos armónicos tiene, y así el que menor número de elementos que contribuyen a la disonancia.

CAPÍTULO 6:

La consonancia como fundamento en la construcción de las escalas occidentales y orientales

6.1 OBJETIVOS:

El objetivo de este estudio es la comprobación de que tanto las escalas occidentales como las escalas orientales están basadas en la consonancia. Entendiendo por escala, la ordenación de las alturas de los sonidos en una serie determinada de notas.

6.2 Música Occidental:

Es por todos conocido ya, que la música occidental está basada en la superposición de quintas y terceras en la octava correspondiente. Algunos teóricos utilizarán solo uno de los intervalos empleando por tanto los armónicos 2 y 3 y otros, ambos, por lo que emplearían los armónicos 2, 3 y 5 (recordando que la quinta corresponde con la relación 3:2, la tercera mayor 5:4, la tercera menor 5:3 y la octava 2:1).

A continuación mostraremos algunas de las escalas occidentales, en primer lugar, la forma en la que están construidas y en segundo lugar las frecuencias ordenadas

ascendentemente indicando los intervalos que en este caso se forman entre frecuencias consecutivas.

6.2.1 Escala de Pitágoras

$$\frac{4}{3} - 1 - \frac{3}{2} - \frac{9}{8} - \frac{27}{16} - \frac{81}{64} - \frac{243}{128}$$

Fig. 6.1.a Escala de Pitágoras

$$\begin{array}{cccccccc}
 1 & - & \frac{9}{8} & - & \frac{81}{64} & - & \frac{4}{3} & - & \frac{3}{2} & - & \frac{27}{16} & - & \frac{243}{128} & - & 2 \\
 & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow \\
 & \frac{9}{8} & & \frac{9}{8} & & \frac{256}{243} & & \frac{9}{8} & & \frac{9}{8} & & \frac{256}{243} & & \frac{9}{8} & \\
 \end{array}$$

Fig. 6.1.b Escala de Pitágoras

Podemos ver en la Fig. 6.1a como Pitágoras construye su escala por superposición de quintas colocándolas en una octava. En la Fig. 6.1b vemos las mismas frecuencias colocadas en orden ascendente observando que entre dos frecuencias sucesivas se produce el mismo intervalo salvo en dos ocasiones. Estos valores de frecuencia corresponden a los sonidos de la escala C D E F G A B, por lo que vemos que para Pitágoras el tono vale 9:8 y el semitono 256:243.

6.2.2 Escala de Ramos de Pareja

$$\begin{array}{cccc}
 \frac{4}{3} & - & 1 & - & \frac{3}{2} \\
 \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow \\
 \frac{10}{9} & - & \frac{5}{3} & - & \frac{5}{4} & - & \frac{15}{8}
 \end{array}$$

Fig. 6.2.a Escala de Ramos de Pareja

$$\begin{array}{cccccccc}
 1 & - & \frac{10}{9} & - & \frac{5}{4} & - & \frac{4}{3} & - & \frac{3}{2} & - & \frac{5}{3} & - & \frac{15}{8} & - & 2 \\
 & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow \\
 & \frac{10}{9} & & \frac{9}{8} & & \frac{16}{15} & & \frac{9}{8} & & \frac{10}{9} & & \frac{9}{8} & & \frac{16}{15} & \\
 \end{array}$$

Fig. 6.2.b Escala de Ramos de Pareja

En el caso de la escala de Ramos de Pareja vemos que ya no solo utiliza quintas (que vienen representadas en la línea horizontal), sino terceras mayores (dos líneas oblicuas) y terceras menores (tres líneas oblicuas). Al colocar las frecuencias en orden ascendente observamos que en este caso hay tres distancias interválicas diferentes, poniéndoles nombre a las relaciones de frecuencia vemos que para Ramos de Pareja el tono tiene dos valores, tono grande 9:8 y tono pequeño 10:9.

6.2.3 Una escala de Salinas

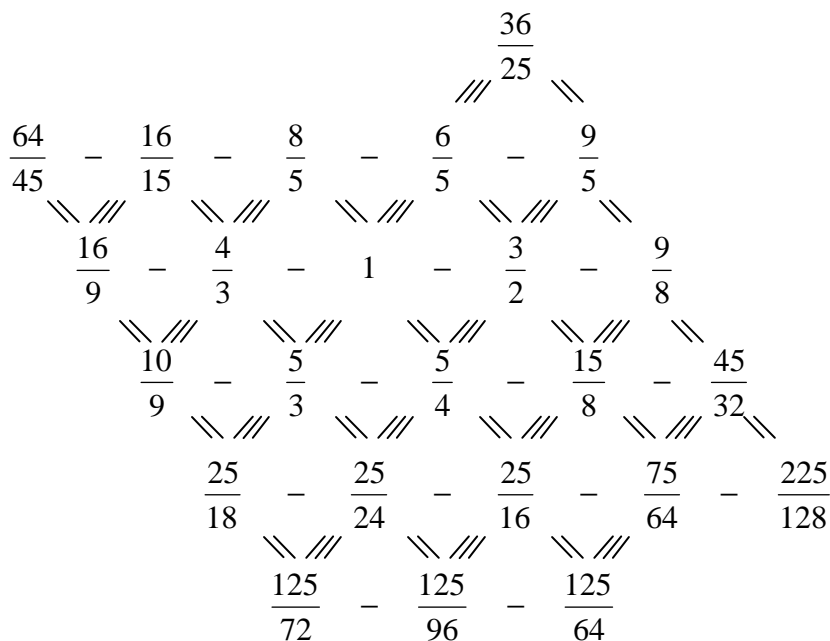


Fig. 6.3.a Una escala de Salinas

C	C#	Db	D	D	D#	Eb	E	E#	F	F#	F#	Gb	Gb	G	G#	Ab	A	A#	A#	Bb	Bb	B	B#	C
1	25	16	10	9	75	6	5	125	4	25	45	64	36	3	25	8	5	125	225	16	9	15	125	2
	24	15	9	8	64	5	4	96	3	18	32	45	25	2	16	5	3	72	128	9	5	8	64	
	25	128	25	81	25	128	25	25	128	25	81	2048	81	25	25	128	25	25	81	2048	81	25	25	128
	24	125	24	80	24	125	24	24	125	24	80	2025	80	24	24	125	24	24	80	2025	80	24	24	125

Fig. 6.3.b Una escala de Salinas

La Fig. 6.3.a muestra la construcción de la escala enarmónica de Salinas, que al igual que las anteriores utiliza los armónicos 2, 3 y 5. En la Fig. 6.3.b se ven las frecuencias en orden creciente y su correspondiente nombre en la notación occidental. Señalar que en este caso hay 4 intervalos diferentes: 25:24 como semitono cromático,

128:125 para las enarmonías entre notas de distinto nombre y 81:80 para las enarmonías de igual nombre, salvo en el caso de F#Gb y A#Bb, que el valor es 2048:2025.

6.2.4 Escala de Zarlino

$$\begin{array}{cccc} \frac{4}{3} & - & 1 & - & \frac{3}{2} & - & \frac{9}{8} \\ \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow & & \\ \frac{5}{3} & - & \frac{5}{4} & - & \frac{15}{8} & & \end{array}$$

Fig. 6.4.a Escala de Zarlino

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & - & \frac{9}{8} & - & \frac{5}{4} & - & \frac{4}{3} & - & \frac{3}{2} & - & \frac{5}{3} & - & \frac{15}{8} & - & 2 \\ \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow & & \\ \frac{9}{8} & - & \frac{10}{9} & - & \frac{16}{15} & - & \frac{9}{8} & - & \frac{10}{9} & - & \frac{9}{8} & - & \frac{16}{15} & & \end{array}$$

Fig. 6.4.b Escala de Zarlino

La escala de Zarlino es semejante a la de Ramos de Pareja, con la diferencia de que Zarlino sube una quinta más (9:8) y por tanto elimina la tercera menor inferior (10:9), lo que le da una relación interválica cuando colocamos las frecuencias en orden ascendente que difiere de Ramos de Pareja en que el primer y segundo intervalo, están cambiados de orden.

Todas estas escalas están construidas, como se ha visto, a partir de quintas 3:2, terceras mayores 5:4 y terceras menores 5:3, i.e. utilizando los armónicos 2, 3 y 5, los primeros de la serie, por tanto, relaciones sencillas, lo que implica intervalos poco disonantes. Una vez colocadas las frecuencias en orden ascendente, se forman intervalos entre cada sonido consecutivo, pero siempre son potencias de estos mismos armónicos. Así que podemos decir que la música occidental está construida a base de intervalos consonantes, entendiendo como tal aquellos con pocos batidos dentro de la anchura de banda crítica.

6.3 Música Oriental:

En el caso de la música oriental comprobaremos también que las escalas están formadas con intervalos consonantes a partir de los primeros armónicos de la serie. Los valores para las relaciones de frecuencia han sido tomados de los trabajos de Grouber (2006) y Sánchez González (1989).

6.3.1 Escalas Indias:

14 Sonidos:

$$\frac{1024}{729} - \frac{256}{243} - \frac{128}{81} - \frac{32}{27} - \frac{16}{9} - \frac{4}{3} - 1 - \frac{3}{2} - \frac{9}{8} - \frac{27}{16} - \frac{81}{64} - \frac{243}{128} - \frac{729}{512}$$

Fig. 6.5.a Escala de 14 sonidos

$$1 - \frac{256}{243} - \frac{9}{8} - \frac{32}{27} - \frac{81}{64} - \frac{4}{3} - \frac{729}{512} - \frac{1024}{729} - \frac{3}{2} - \frac{128}{81} - \frac{27}{16} - \frac{16}{9} - \frac{243}{128} - 2$$

\swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow
 a b a b a b c b a b a b a

Fig. 6.5.b Escala de 14 sonidos

Vemos que la escala de 14 sonidos está formada por superposición de quintas y que cuando colocamos las frecuencias en orden ascendente los intervalos que se forman entre dos valores consecutivos siempre son $a = \frac{256}{243}$ y $b = \frac{2187}{2048}$. En el centro de la escala y como eje de la simetría que la caracteriza está el intervalo $c = \frac{524288}{531441}$, que se obtiene como diferencia de los dos anteriores.

23 Sonidos:

$$\frac{256}{243} - \frac{128}{81} - \frac{32}{27} - \frac{16}{9} - \frac{4}{3} - 1 - \frac{3}{2} - \frac{9}{8} - \frac{27}{16} - \frac{81}{64}$$

$\frac{16}{15} - \frac{8}{5} - \frac{6}{5} - \frac{9}{5} - \frac{27}{20}$
 $\frac{10}{9} - \frac{5}{3} - \frac{5}{4} - \frac{15}{8} - \frac{45}{32}$

Fig. 6.6.a Escala de 23 sonidos

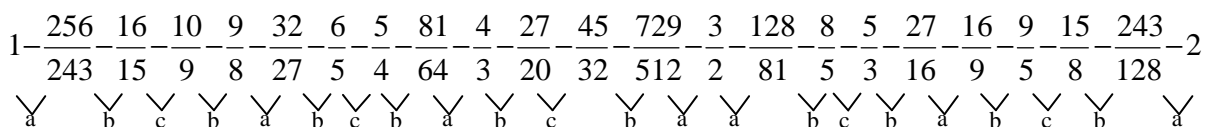


Fig. 6.6.b Escala de 23 sonidos

En esta escala de 23 sonidos vemos que para construirla se han utilizado los mismos métodos que para las escalas occidentales, por un lado (en la línea horizontal) superposición de quintas y por otro lado, superposición de tríadas mayores y menores (líneas oblicuas). Todas estas frecuencias colocadas en orden ascendente se observan en la Fig. 6.6.b. En dicha figura observamos nuevamente la simetría característica de las escalas indias, rota entre la nota 13 y la 14 (ya que al ser un número impar de sonidos no podía haber simetría exacta). No solamente es simétrica, sino que el esquema a, b, c, b, a

es el motor de toda la escala. Estas letras corresponden a los intervalos: $a = \frac{256}{243}$,

$b = \frac{81}{80}$ y $c = \frac{25}{24}$. El primero de ellos es utilizado por Pitágoras y los otros dos por

Salinas, con lo que apreciamos la relación entre la música occidental y la música oriental. En este caso, a diferencia de la escala de 14 sonidos, no existe una relación entre los tres intervalos.

Los nombres que los teóricos indios asignan a estas frecuencias los podemos observar en la Fig. 6.7 y su relación y proximidad a las notas musicales occidentales ya la hemos mostrado en la Fig. 3.1.

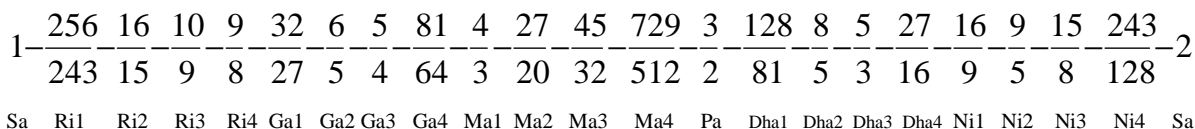


Fig. 6.7 Escala de 23 sonidos

26 Sonidos:

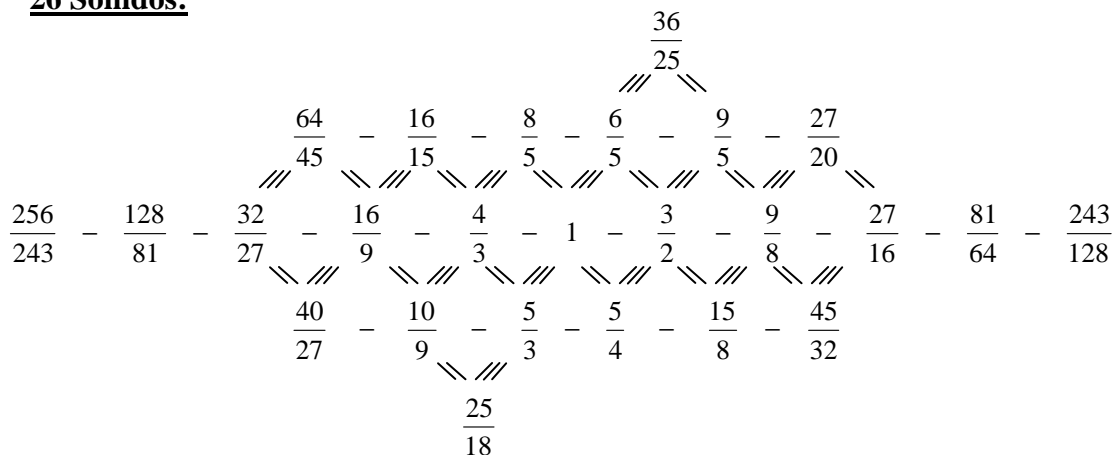


Fig. 6.8.a Escala de 26 sonidos

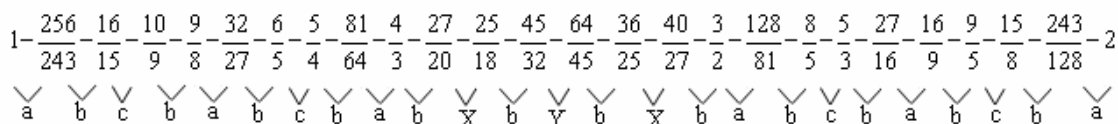


Fig. 6.8.b Escala de 26 sonidos

En la escala de 26 sonidos vuelve a aparecer la simetría completa. En este caso tenemos otra vez los mismos tres intervalos generadores $a = \frac{256}{243}$, $b = \frac{81}{80}$ y $c = \frac{25}{24}$ con

la diferencia de que en esta escala aparecen otros dos intervalos más, que hemos llamado $X = \frac{250}{243}$ e $Y = \frac{2048}{2025}$

30 Sonidos

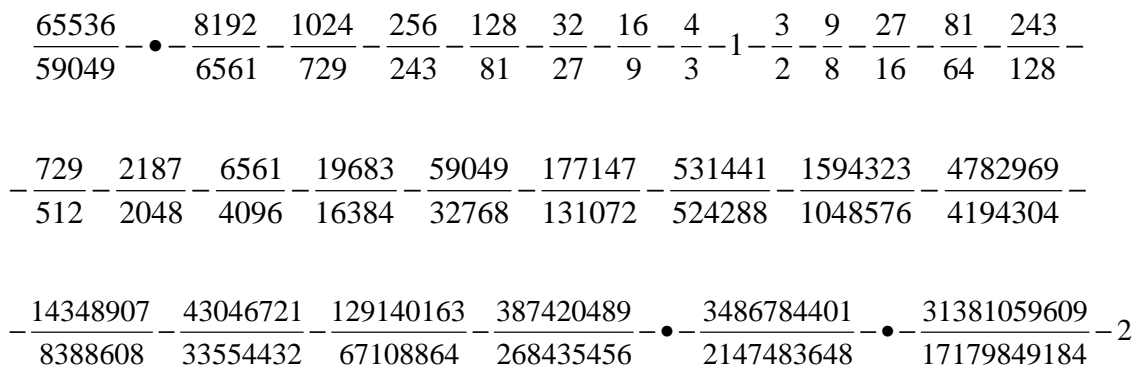


Fig. 6.9.a Escala de 30 sonidos

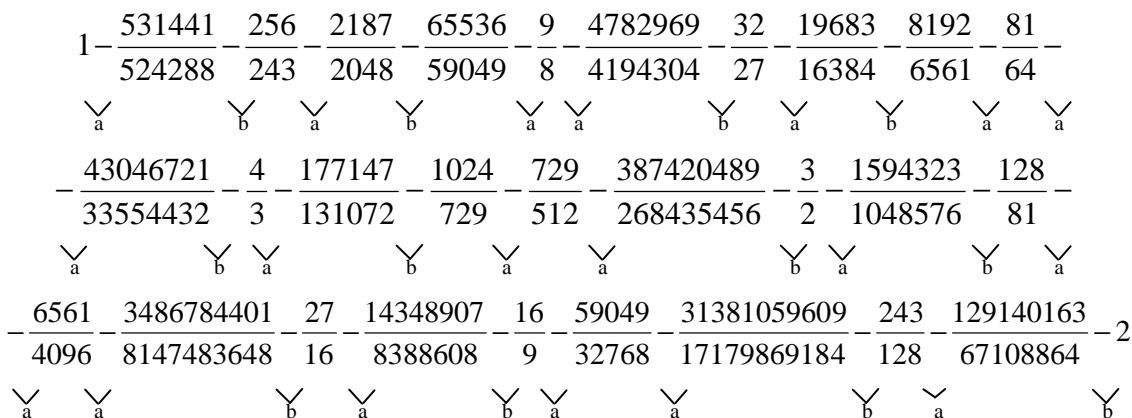


Fig. 6.9.b Escala de 30 sonidos

Esta escala, como ocurrió en casos anteriores, está construida solamente por superposición de quintas, lo que indica que está utilizando solamente los armónicos 1, 2 y 3. Los puntos negros en la Fig. 5.10.a indican la ausencia de la quinta correspondiente. Aunque la relación de frecuencias a partir de la cual se genera toda la escala es sencilla, al reorganizar todas las frecuencias en una sola octava, los intervalos que se forman entre cada nota consecutiva no guardan una relación tan sencilla. Tenemos $a = \frac{531441}{524288}$ y $b = \frac{134217728}{129140163}$, aunque ambos son potencias de 2 y 3. En este caso, no existe relación entre ambos intervalos, pero lo que sí existe es la simetría, rota la final al carecer de la última *a* en la última repetición del esquema *ababa* por el que está formado toda la escala.

32 Sonidos

La escala de 32 sonidos recuerda en la construcción a la escala de Salinas. Las relaciones interválicas para su construcción han sido las mismas, pero los puntos en los que cortar la serie hasta completar los 32 sonidos han sido diferentes. Los puntos negros representan valores de la serie que no forman parte de la escala, pero que son necesarios para no romper el esquema.

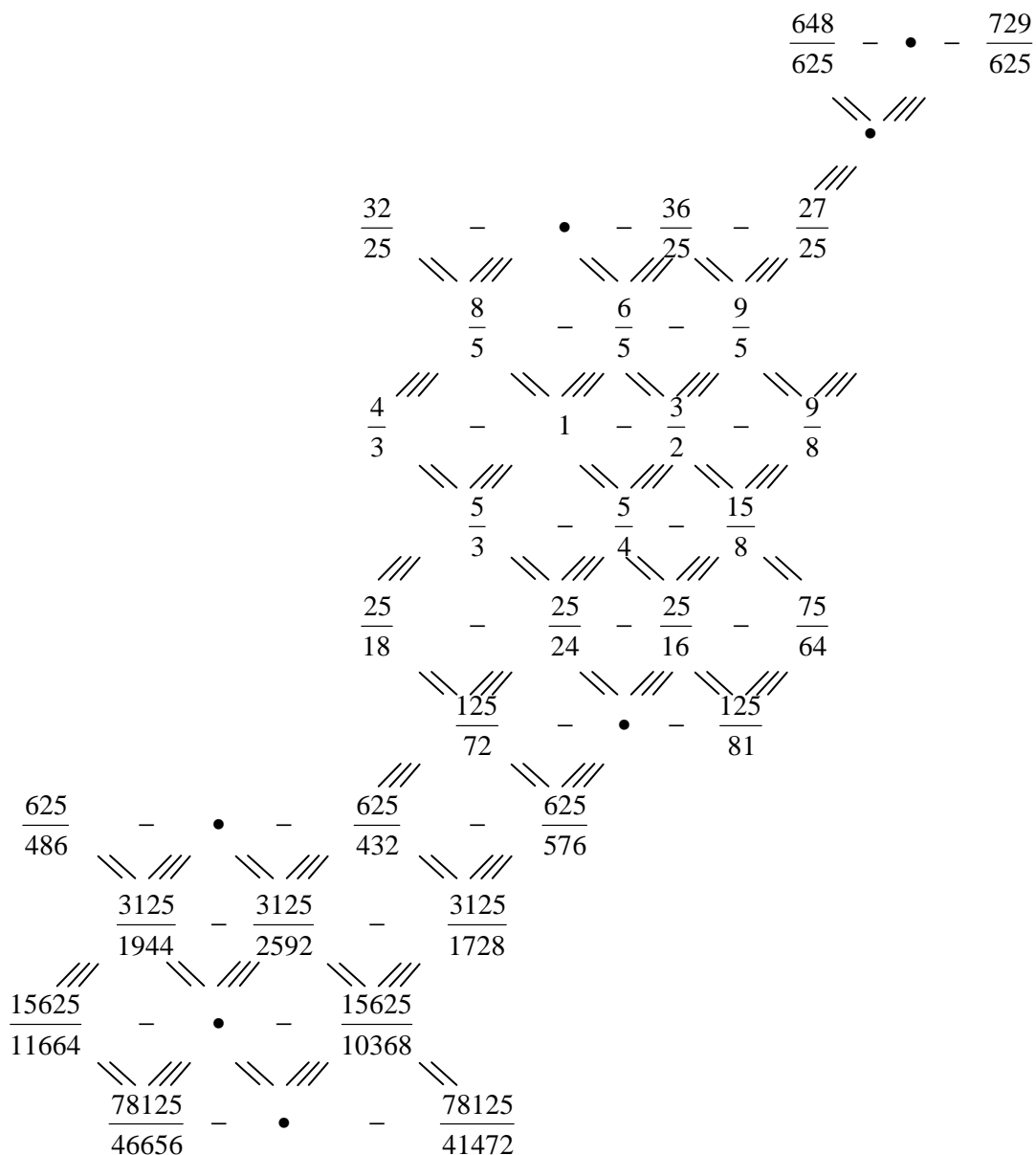


Fig. 6.10.a Escala de 32 sonidos

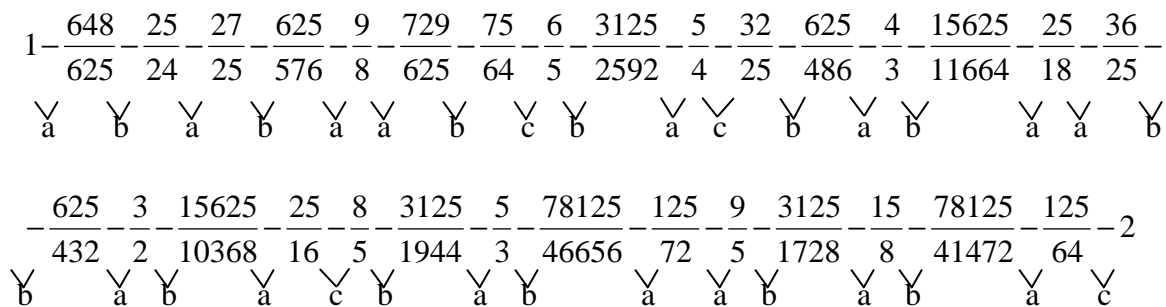


Fig. 6.10.b Escala de 32 sonidos

Como se ha podido observar, todas las escalas indias han sido construidas a partir de los mismos intervalos que las escalas occidentales, quintas 3:2, terceras mayores 5:4

y terceras menores 5:3, i.e. utilizando los armónicos 2, 3 y 5 y al igual que en este tipo de escalas, los intervalos que se forman entre cada sonido sucesivo, si bien no son relaciones de frecuencia sencilla, sí son potencias de estos tres armónicos.

6.3.2 Escalas Árabes:

Las escalas árabes están formadas por la combinación de *maqamat*, recordemos que los *maqamat* se han definido con frecuencia como escalas de siete notas ordenadas dentro de una octava en el estilo griego antiguo de dos grupos de cuatro notas, tetracordos.

A continuación mostraremos una serie de *maqamat*, con sus correspondientes relaciones de frecuencia y junto a ellos las relaciones interválicas entre cada sonido consecutivo.

<u>Ajam:</u>	$1 - \frac{10}{9} - \frac{5}{4} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{10}{9} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{16}{15}$
	$1 - \frac{9}{8} - \frac{81}{64} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243}$
<u>Sikah:</u>	$1 - \frac{12}{11} - \frac{40}{33} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{12}{11} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{11}{10}$
<u>Bayati:</u>	$1 - \frac{12}{11} - \frac{6}{5} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{12}{11} \quad \frac{11}{10} \quad \frac{10}{9}$
<u>Nahawand:</u>	$1 - \frac{10}{9} - \frac{32}{27} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{10}{9} \quad \frac{16}{15} \quad \frac{9}{8}$
	$1 - \frac{9}{8} - \frac{32}{27} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243} \quad \frac{9}{8}$
<u>Rast:</u>	$1 - \frac{10}{9} - \frac{120}{99} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{10}{9} \quad \frac{12}{11} \quad \frac{11}{10}$
<u>Kurd</u>	$1 - \frac{16}{15} - \frac{32}{27} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{16}{15} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{9}{8}$
	$1 - \frac{256}{243} - \frac{32}{27} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{256}{243} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8}$

Otros tetracordos utilizados son:

$$1 - \frac{8}{9} - \frac{64}{49} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{8}{7} \quad \frac{8}{7} \quad \frac{49}{48}$$

$$1 - \frac{8}{7} - \frac{9}{7} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{8}{7} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{28}{27}$$

$$1 - \frac{8}{7} - \frac{80}{63} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{8}{7} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{21}{20}$$

$$1 - \frac{8}{7} - \frac{26}{21} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{8}{7} \quad \frac{13}{12} \quad \frac{14}{13}$$

$$1 - \frac{8}{7} - \frac{25}{21} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{8}{7} \quad \frac{25}{24} \quad \frac{28}{25}$$

Destacar como esta música utiliza otros armónicos en la construcción de sus escalas, además del 2, 3 y 5 utilizados en las escalas occidentales e indias, aparecen ahora el 7 y el 11.

6.4 Escala Panarmónica:

La escala panarmónica (Lorente, 1965) es una escala basada exclusivamente en los armónicos. Se supone que al principio son más consonantes y según van ascendiendo en número serán más disonantes.

Dependiendo de la octava elegida tendremos un número más de sonidos del número de armónico que le corresponda a la fundamental de la octava por el que empezamos., así, si escogemos la primera octava de la escala panarmónica de C_1 , tendremos C_1 y C_2 ; si cojemos la segunda octava tendríamos C_2 , G_2 y C_3 ; con la tercera octava, C_3 , E_3 , G_3 , C_4 y así sucesivamente siguiendo por la serie de armónicos.

Si tomamos la octava del armónico 8 al 16, tendríamos ocho notas: 9:8, 10:9, 11:10, 12:11, 13:12, 14:13, 15:14, 16:15, esta escala sería análoga a la escala diatónica, la natural, que tiene siete notas, pero sus frecuencias no coinciden exactamente, esta escala correspondería con las teclas blancas de un piano, pero no temperado, sino con afinación justa.

En el teclado, se podrían añadir las teclas negras, pero habría una entre cada tecla blanca, ocho blancas y ocho negras. Estos sonidos corresponderían a la octava correspondiente entre los armónicos 16 y 32.

Se podría seguir hasta infinito, por eso se llama Panarmónica, pero panarmónica es el método, porque esta escala tiene algunos inconvenientes prácticos, como que no se puede transportar, al menos en un instrumento de afinación fija y no es compatible con instrumentos de afinación temperada. Pero por el contrario, tiene como ventaja que posee todos los armónicos, mientras que el resto de escalas solo tiene algunos de ellos; que está basada en el concepto de consonancia y que todas las escalas que están basadas en relaciones sencillas pueden considerarse como un caso particular de esta escala.

Conclusiones

Durante este experimento se ha realizado un análisis físico de un fenómeno musical llamado disonancia y se ha aplicado este análisis al estudio de la construcción de escalas, tanto occidentales como orientales.

El tema abordado en la primera parte ha sido siempre estudiado desde un punto de vista teórico, estadístico o numérico. Este trabajo aporta un fundamento experimental no realizado hasta la fecha. Los resultados para la valoración de los distintos intervalos son obtenidos midiendo las propiedades físicas del sonido y observando su variación.

Estos resultados han llevado a la comprobación experimental de la teoría de los batidos de Helmholtz y los resultados de Plomp y Levelt.

Los resultados obtenidos para la gráfica de Plomp y Levelt no han sido exactamente los mismos como consecuencia de las diferencias en el experimento. En el estudio llevado a cabo en este trabajo, nunca se ha realizado un barrido continuo del rango de frecuencias, de los dos sonidos emitidos, uno permanecía fijo y el otro iba ascendiendo desde el unísono hasta la octava, pero en los estudios sobre la música occidental lo hacía de forma cromática y en los estudios de la música india a través de los intervalos utilizados en la escala de 22 sonidos. Además al usar instrumentos musicales no se ha podido delimitar el número de armónicos ni la intensidad de los mismos. Esto justificaría, según Plomp y Levelt, con su teoría de que la disonancia total es la suma de las disonancias producidas entre cada par de armónicos y Kameoka y Kuriyagawa, con su teoría de que si entre dos armónicos existe una diferencia de intensidad grande uno enmascara al otro, el hecho de que los datos obtenidos no se ajusten a las gráficas de Plomp y Levelt.

La segunda parte del trabajo es una aplicación de este estudio a la construcción de distintas escalas musicales. Si bien no se han analizado todas las existentes, se ha tomado una muestra tanto de escalas occidentales como de escalas orientales. Se ha podido observar como dichas escalas están construidas a partir de los siguientes intervalos: octavas 2:1, quintas 3:2, terceras mayores 5:4 y terceras menores 5:3, i.e. utilizando los armónicos 2, 3 y 5 en las escalas occidentales y en las indias; en el caso de las árabes aparecen el armónico 7 y el 11. Como se vio en la primera parte, son los primeros armónicos pues, los que forman los intervalos menos disonantes y son estos, los que han sido utilizados en la construcción de las escalas.

Se ha definido pues al intervalo disonante como aquel en el que se producen batidos entre sus armónicos dentro de la anchura de banda crítica. Y se ha definido la consonancia como la ausencia de disonancia, lo cual no es del todo cierto, ya que el silencio, por ejemplo, no tendría disonancia, y no por ello es consonante. Es por ésto que la consonancia no es solo la ausencia de batidos dentro de la anchura de banda crítica sino que se puede definir también en función de los batidos lentos que se producen entre sus armónicos.

Con lo que se ha conseguido en este trabajo se podría continuar en las siguientes líneas de investigación:

- Ampliación a acordes de tres sonidos. En lugar de realizar el estudio sobre acordes de dos notas, se podría ampliar el número, lo cual conllevaría una complicación considerable en el estudio ya que habría muchos más armónicos entre los que habría que estudiar los batidos
- Estudio de la disonancia desde el punto de vista fisiológico y psicológico. Entrando pues en aspectos ajenos a la física y sí a como afecta este fenómeno musical en el receptor, el oído humano
- Ampliación a otras escalas, tanto occidentales como orientales que no se han tratado. Se ha hecho un muestreo con algunas escalas, pero podría realizarse con todas las existentes
- Estudio experimental de las aplicaciones en la composición de la escala Panarmónica

Posibles aplicaciones serían:

▪ Industriales:

- Emisión de ruido consonante y por tanto no molesto. Si se realiza un estudio sobre el sonido emitido por máquinas y se consigue que el sonido sea consonante no produciría contaminación acústica y no sería perjudicial para los trabajadores
- Anulación del sonido con la emisión de un sonido en fase opuesta. Si se estudia el sonido emitido por una máquina y se consigue producir un sonido con las mismas características pero en fase opuesta, las amplitudes se anularían

▪ Musicales:

- Construcción de escalas basadas en series numéricas como Fibonacci, por ejemplo.
- Composición de obras con todos los intervalos en el mismo grado de consonancia

Citando nuevamente a Albert Einstein: *“Lo importante es no dejar de hacerse preguntas”*.

ANEXO I

Resultados gráficos y numéricos para el violín.

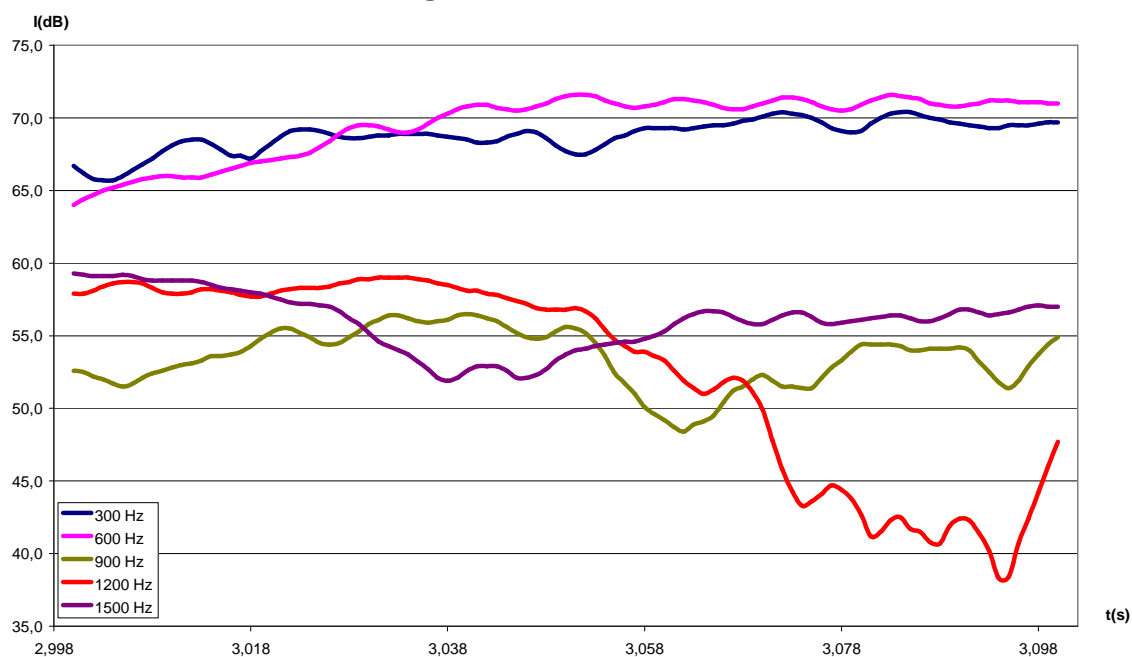


Fig. I.1 violín D_4D_4

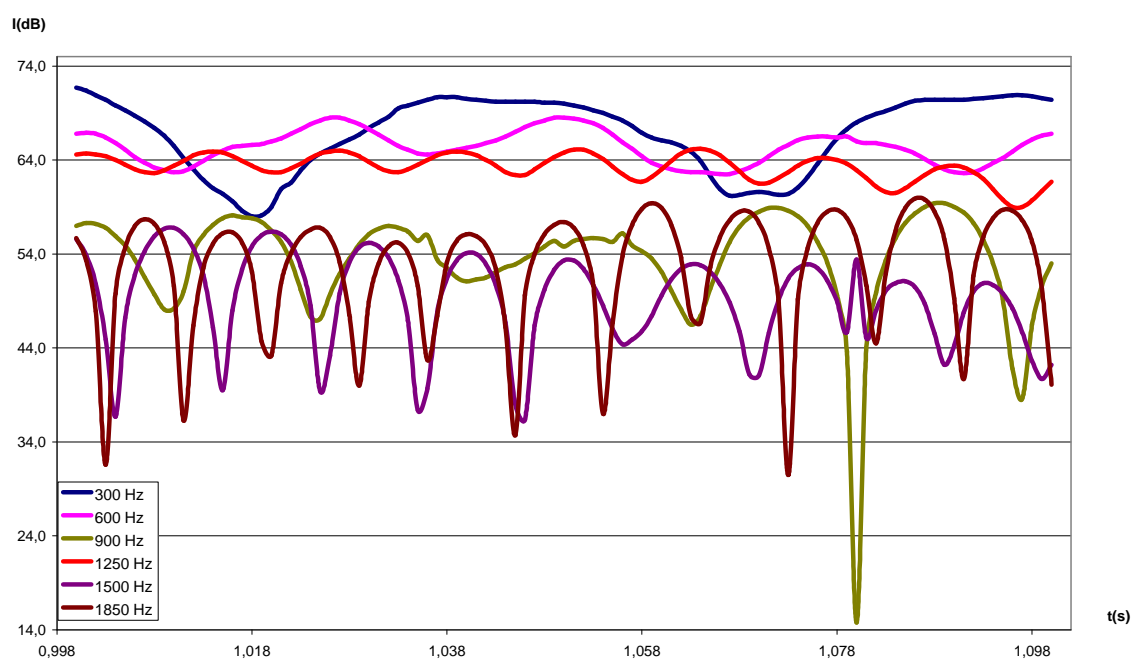


Fig. I.2 violín D_4Eb_4

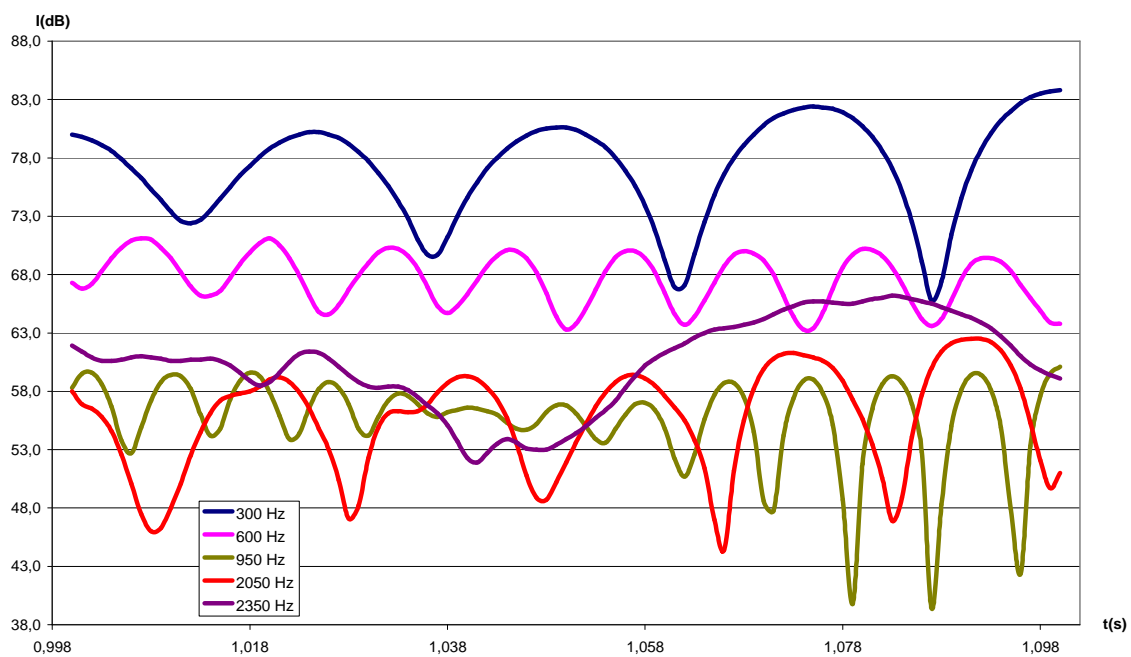


Fig. I.3 violín D₄E₄

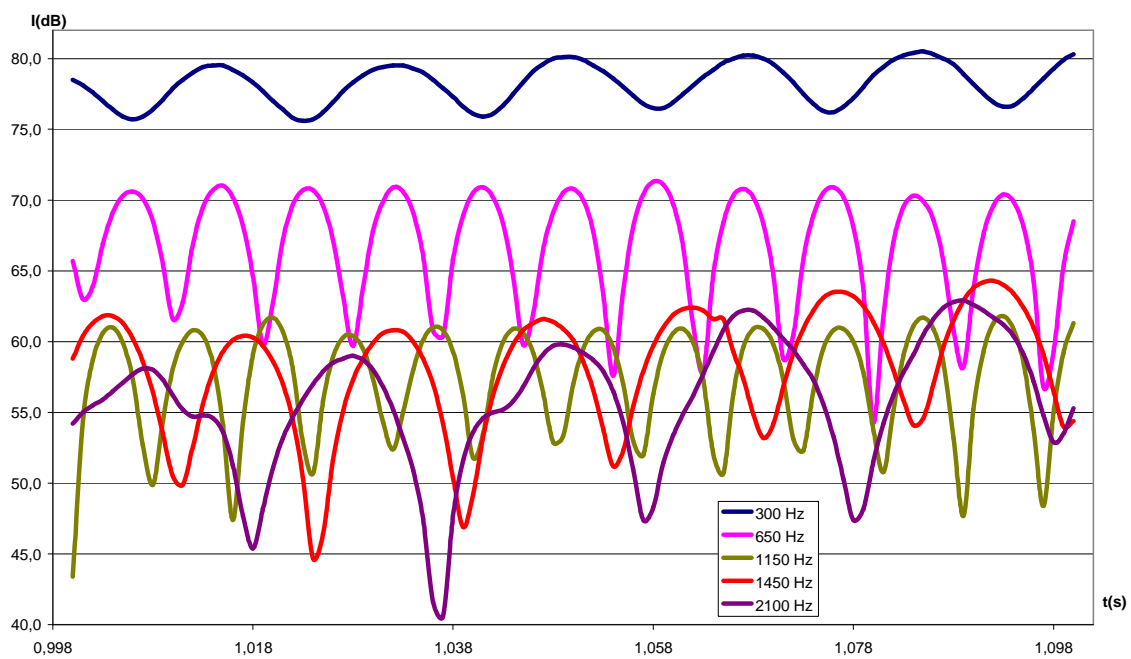


Fig. I.4 violín D₄F₄

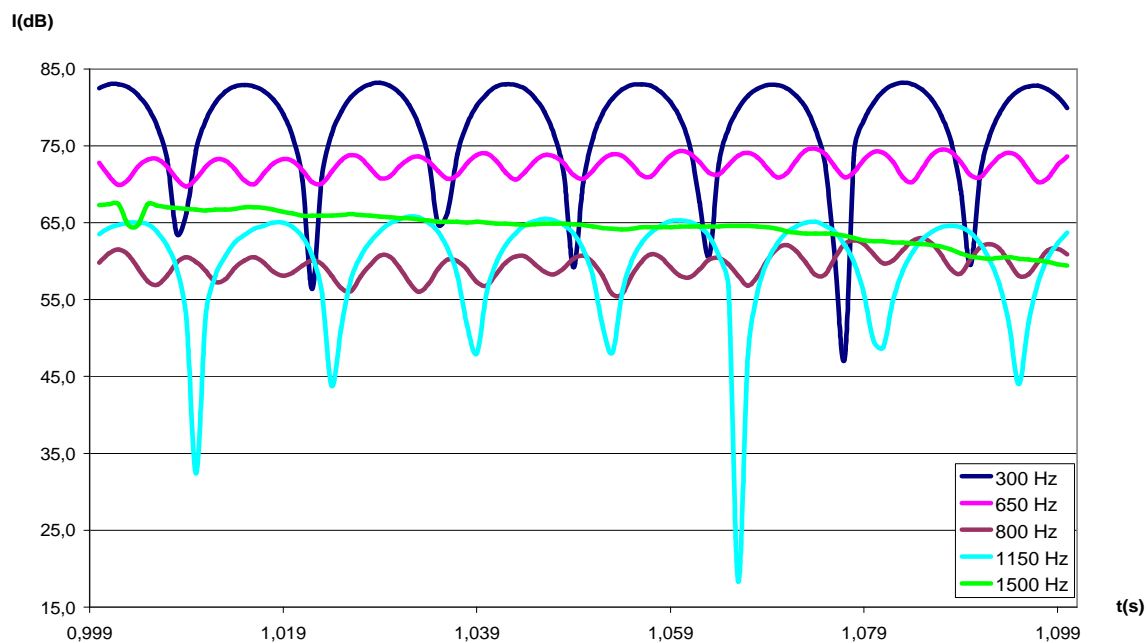


Fig. I.5 violín $D_4F\#_4$

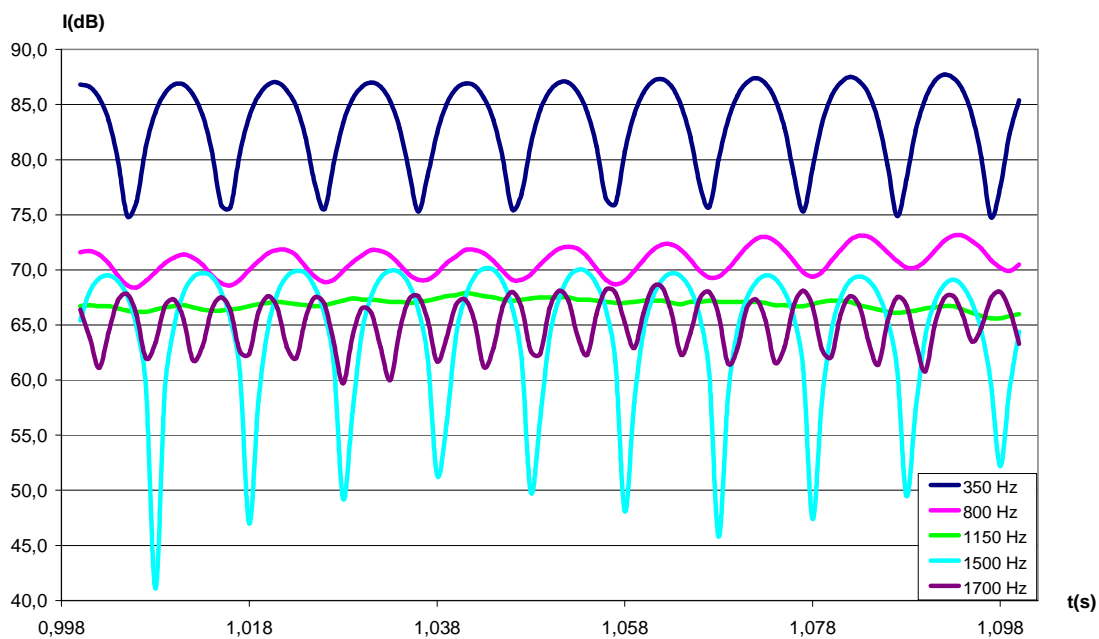


Fig. I.6 violín D_4G_4

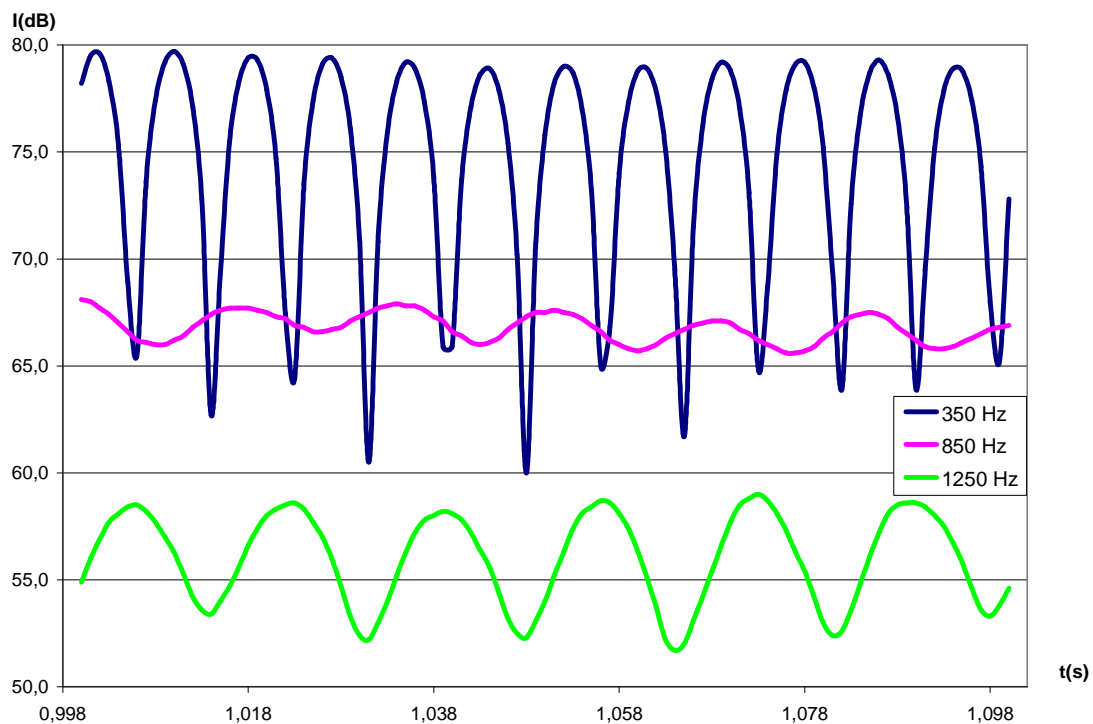


Fig. I.7 violín D₄G#₄

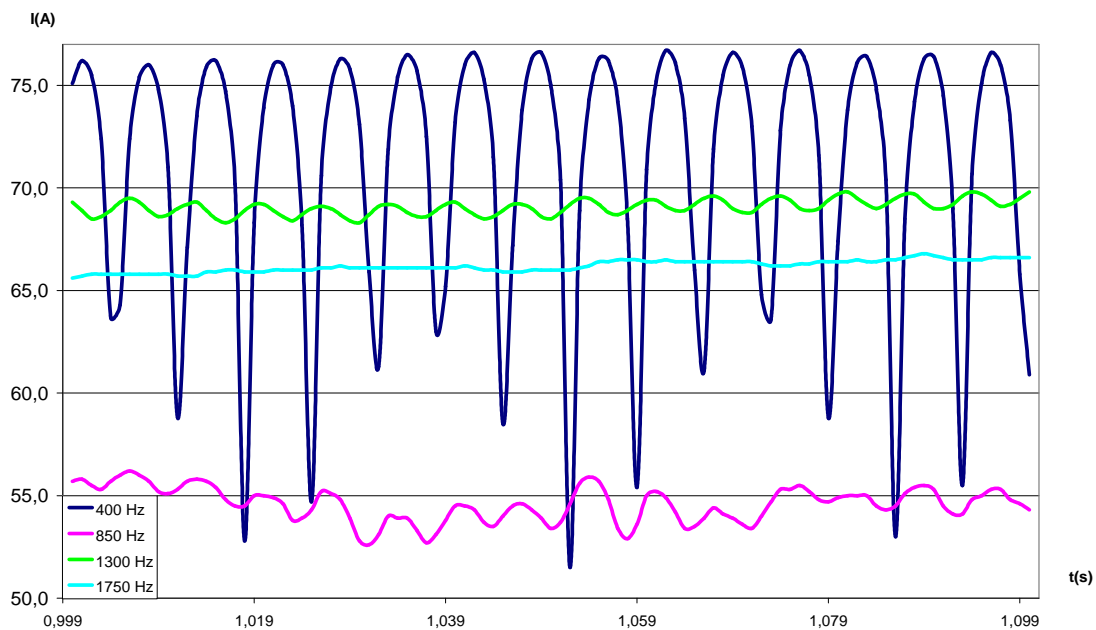


Fig. I.8 violín D₄A₄

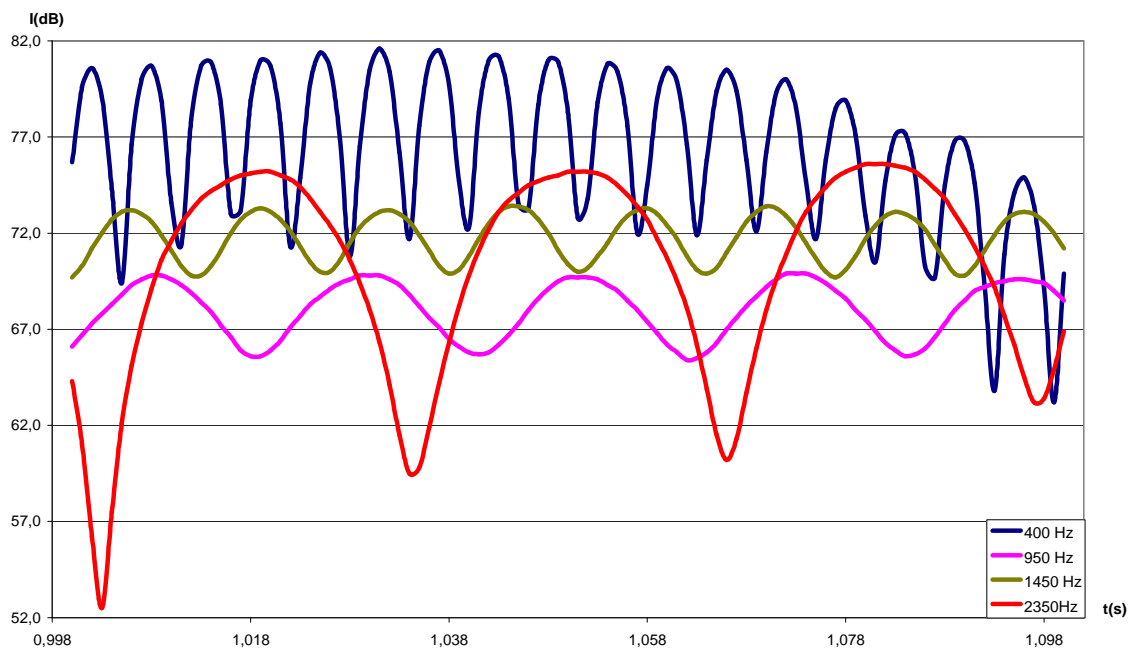


Fig. I.9 violín D₄Bb₄

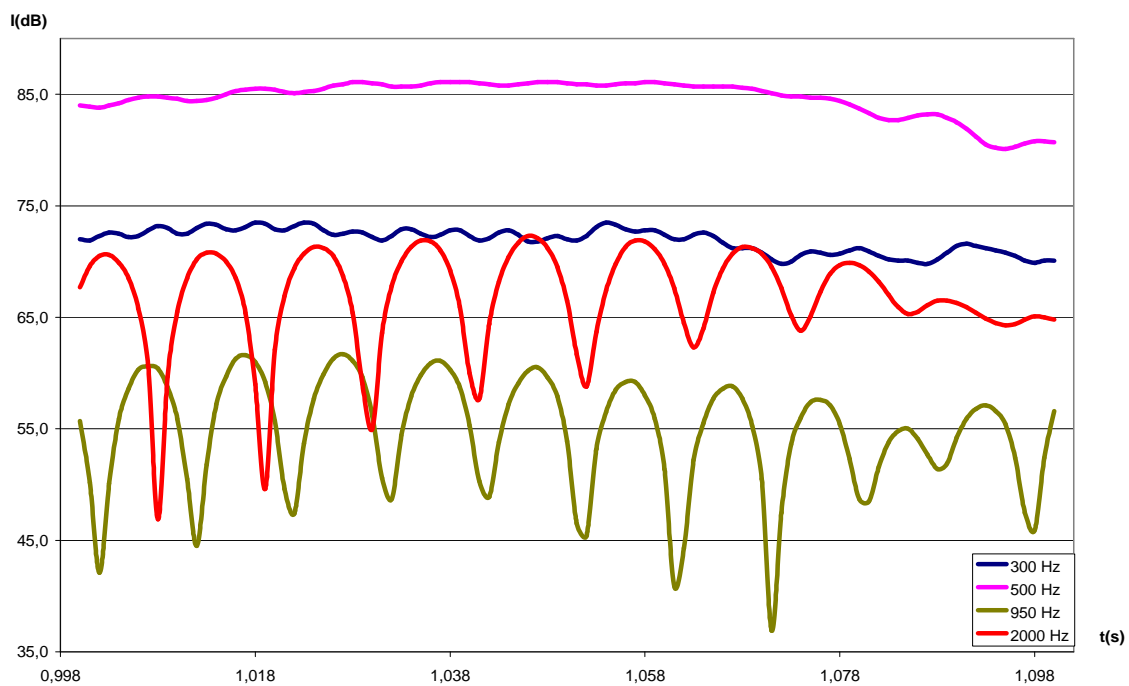


Fig. I.10 violín D₄B₄

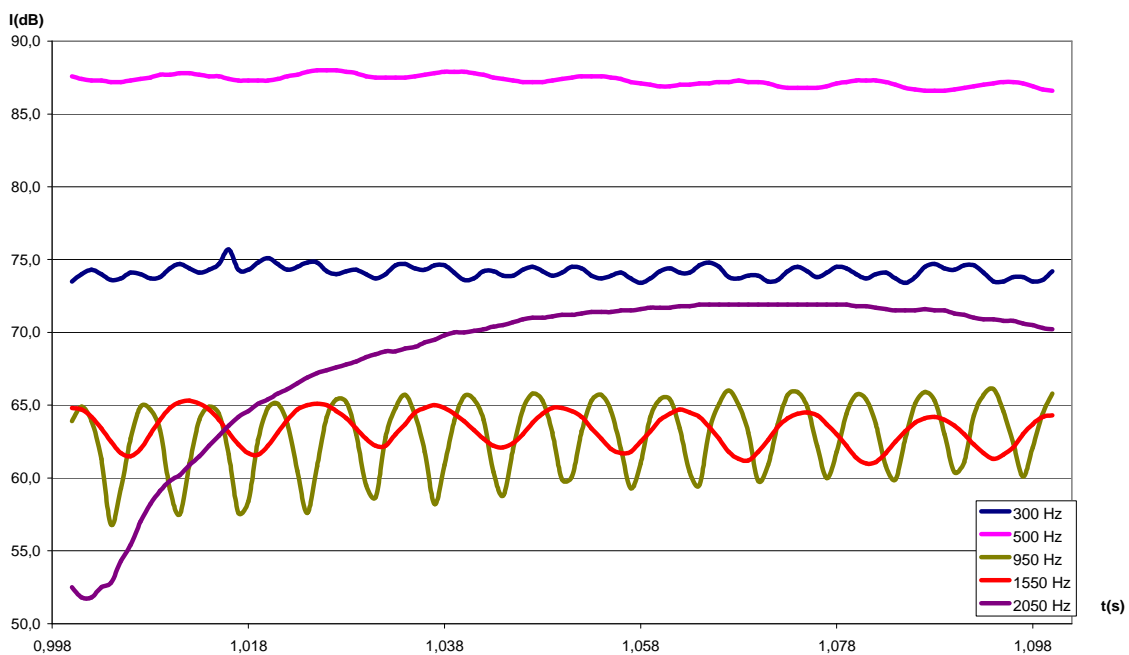


Fig. I.11 violín D₄C₅

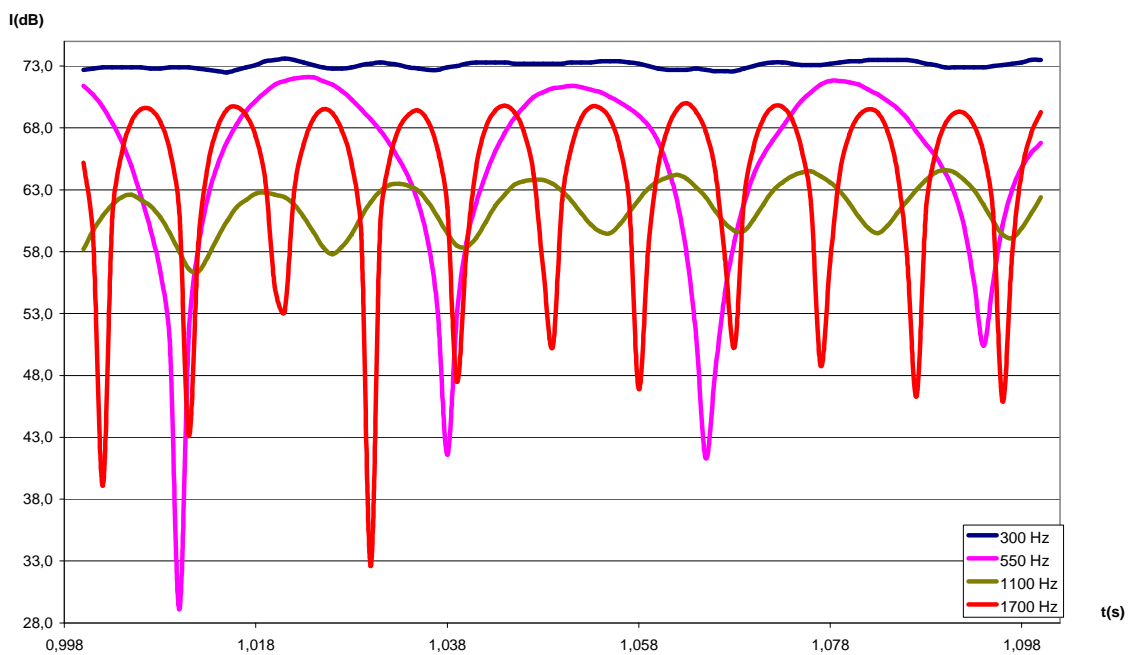


Fig. I.12 violín D₄C#₅

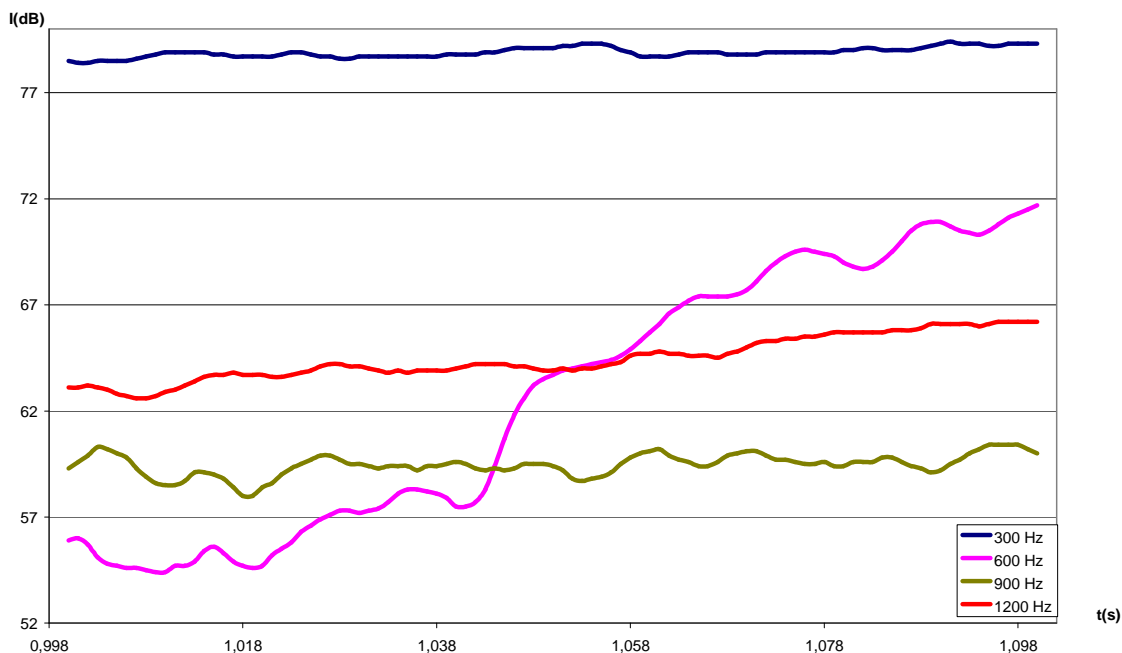


Fig. I.13 violín D₄D₅

D4Eb4	fi	fi1	fi2	fi2-fi1	(fi1+fi2)/2	fb	A. B.	%fb	Disonancia
	300	294	313	19	303.5	17.79	97.92	0.18	0.96
	600	589	623	34	606.0	34.72	122.60	0.28	0.99
	900	880	936	56	908.0	55.17	150.56	0.37	0.87
	1250	1173	1247	74	1210.0	72.80	187.10	0.39	0.83
	1500	1467	1559	92	1513.0	87.79	215.66	0.41	0.79
	1850	1761	1872	111	1816.5	114.58	258.86	0.44	0.72
									5.16
D4E4									
	300	294	336	42	315.0	40.06	97.92	0.41	0.79
	600	589	666	77	627.5	81.73	122.60	0.67	0.29
	950	900	1000	100	950.0	114.58	155.53	0.74	0.20
	2050	2006	2059	53	2032.5	55.64	285.16	0.20	0.97
	2350	2342	2356	14	2349.0	24.21	326.67	0.07	0.58
									2.83
D4F4									
	300	298	355	57	326.5	56.56	97.92	0.58	0.43
	650	596	709	113	652.5	111.81	127.04	0.88	0.11
	1150	1064	1194	130	1129.0	115.28	176.24	0.65	0.30
	1450	1417	1492	75	1454.5	70.42	209.79	0.34	0.92
	2100	2088	2127	39	2107.5	49.76	291.91	0.17	0.94
									0.94
D4F#4									
	300	294	367	73	330.5	71.43	97.92	0.73	0.21
	800	736	883	147	809.5	145.83	140.89	0.00	0.00
	1150	1105	1175	70	1140.0	71.94	176.24	0.41	0.79
	1800	1763	1839	76	1801.0	73.21	252.47	0.29	0.98
									1.98

D4G4									
	350	294	394	100	344.0	97.73	101.80	0.96	0.07
	800	784	881	97	832.5	97.73	140.89	0.69	0.25
	1500	1470	1573	103	1521.5	97.73	215.66	0.45	0.70
									1.01
D4G#4									
	350	297	416	119	356.5	121.53	101.80	0.00	0.00
	1250	1186	1245	59	1215.5	60.66	187.10	0.32	0.94
									0.94
D4A4									
	400	295	442	147	368.5	154.76	105.78	0.00	0.00
									0.00
D4Bb4									
	400	295	469	174	382.0	160.71	105.78	0.00	0.00
	950	886	934	48	910.0	48.81	155.53	0.31	0.95
	1450	1440	1477	37	1458.5	74.59	209.79	0.36	0.89
	2350	2341	2358	17	2349.5	26.20	326.67	0.08	0.61
									2.46
D4B4									
	950	872	994	122	933.0	100.50	155.53	0.65	0.32
	2000	1980	2064	84	2022.0	94.74	278.48	0.34	0.92
									1.23
D4C5									
	950	886	1038	152	962.0	142.86	155.53	0.92	0.09
	1550	1477	1559	82	1518.0	85.90	221.60	0.39	0.83
	2050	2064	2081	17	2072.5	15.39	285.16	0.05	0.45
									1.37
D4C#5									
	550	556	591	35	573.5	33.20	118.26	0.28	0.99
	1100	1109	1180	71	1144.5	70.42	170.94	0.41	0.78
	1700	1667	1770	103	1718.5	111.11	239.90	0.46	0.67
									2.44

Tabla I.1 Frecuencias que producen batidos en los acordes producidos por el violín

fi ≡ frecuencia en la que se produce un batido

fi1, fi2 ≡ frecuencias que forman el batido

fb ≡ frecuencia de batido

A.B. ≡ Anchura de Banda

%fb ≡ proporción entre la **fb** y la **A.B.**

ANEXO II

Resultados gráficos y numéricos para el clarinete.

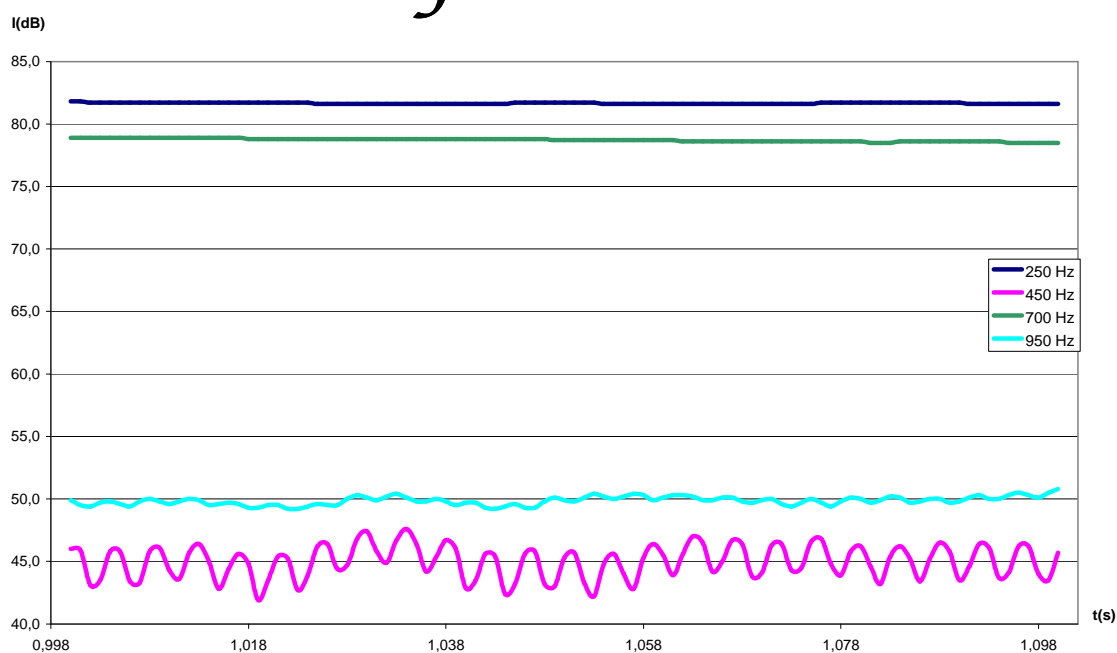


Fig. II.1 clarinete B_b3B_b3

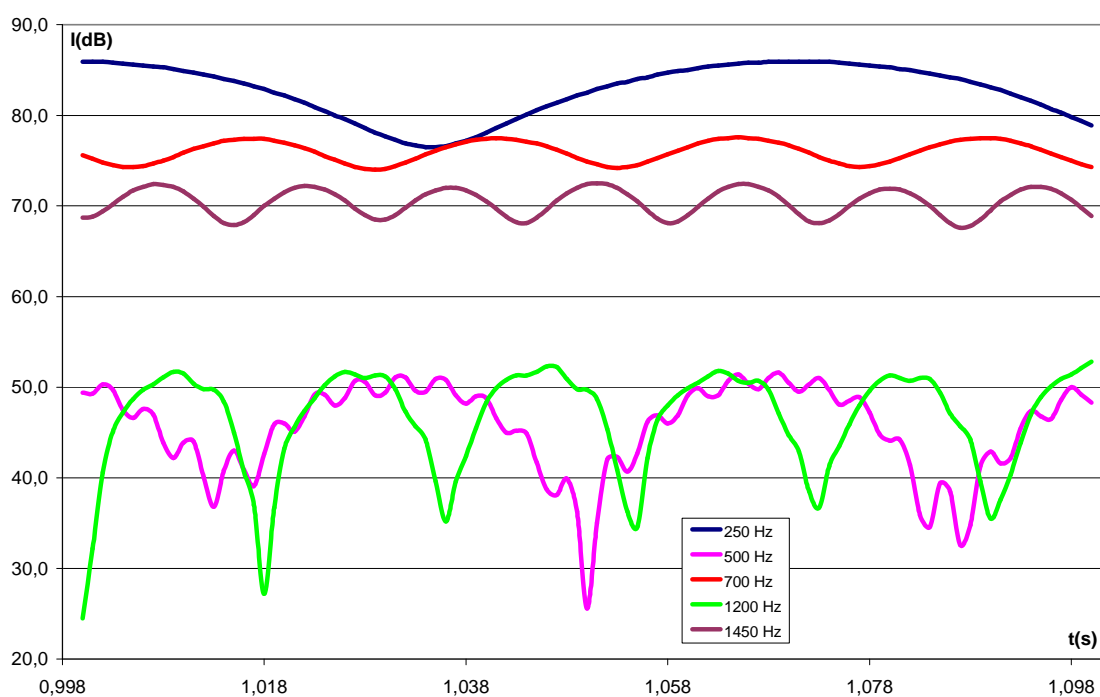


Fig. II.2 clarinete B_b3B_b3

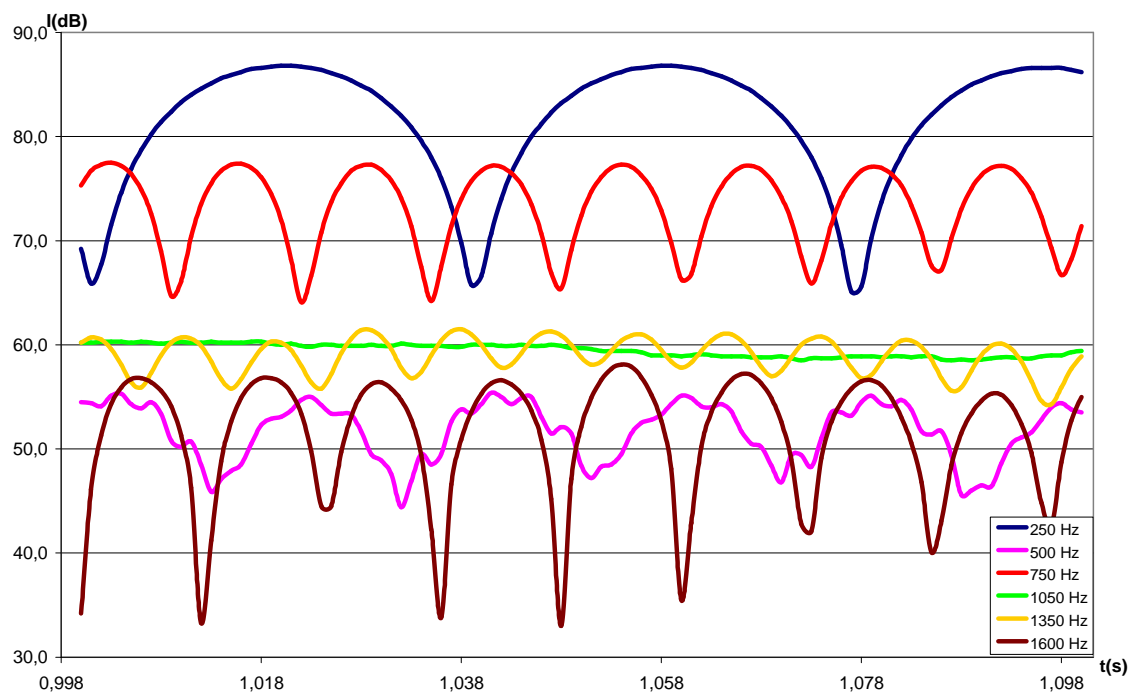


Fig. II.3 clarinete Bb₃C₄

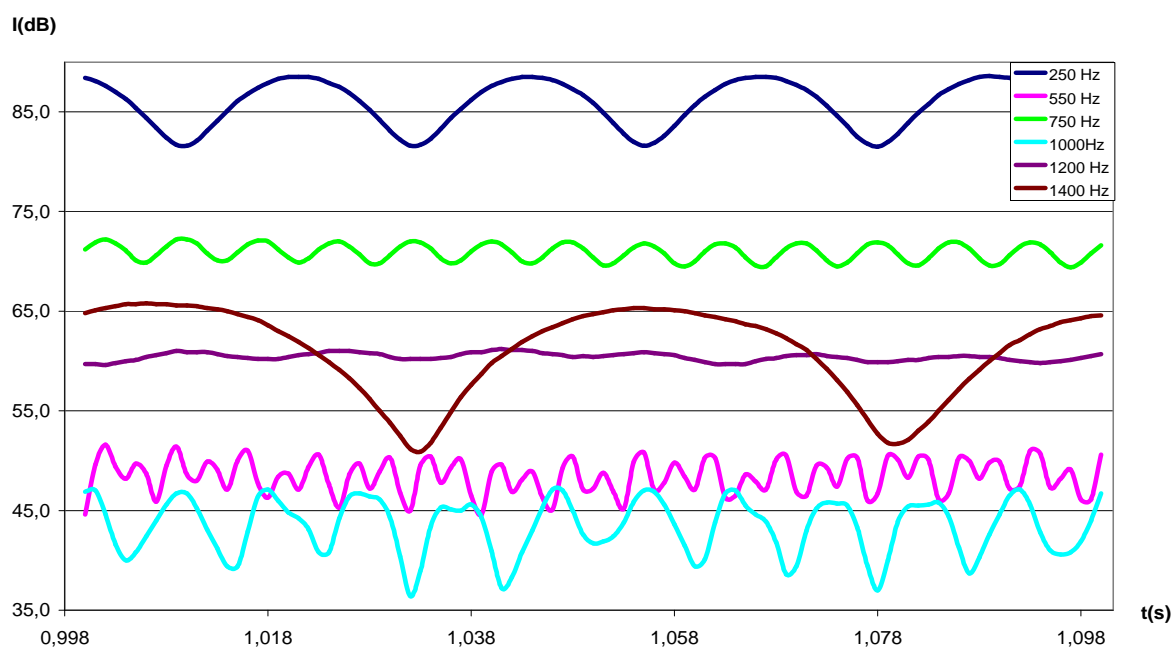


Fig. II.4 clarinete Bb₃Db₄

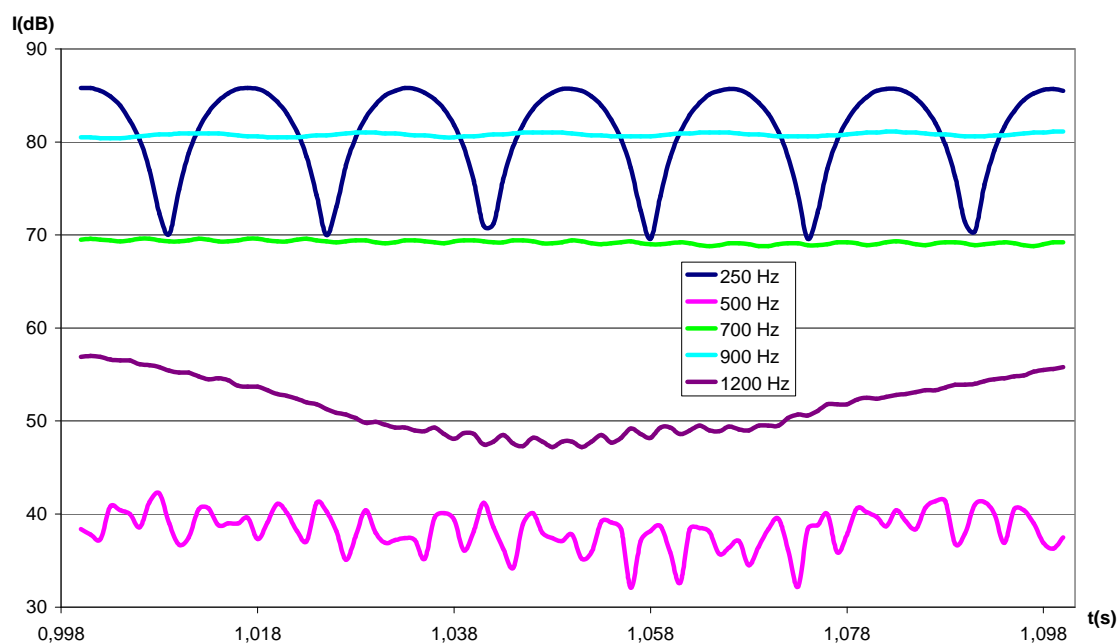


Fig. II.5 clarinete Bb₃D₄

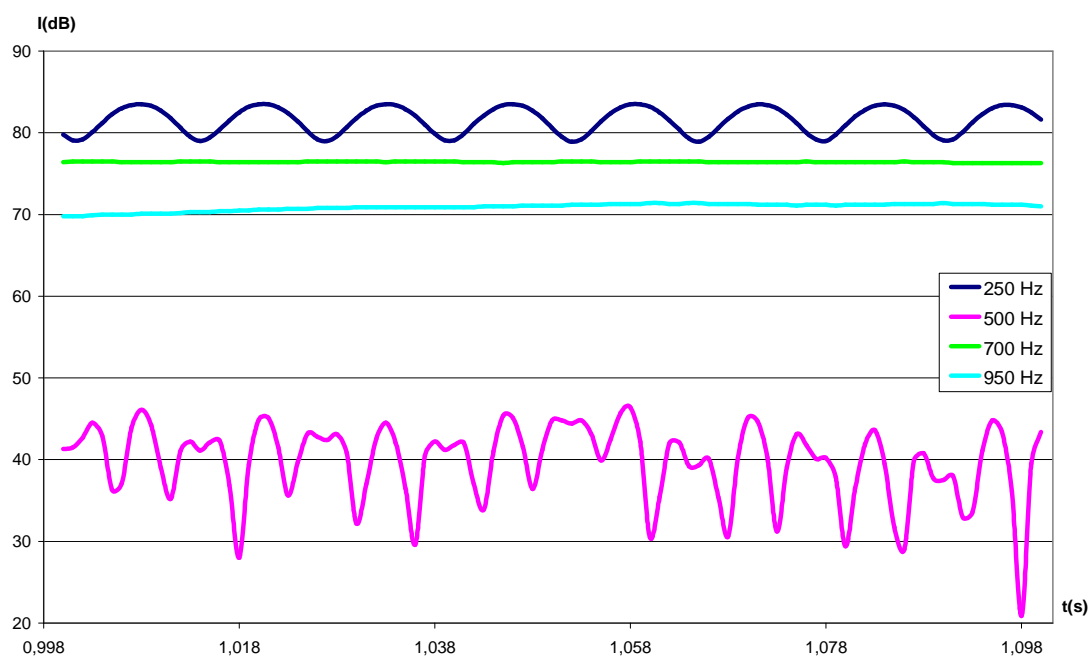


Fig. II.6 clarinete Bb₃Eb₄

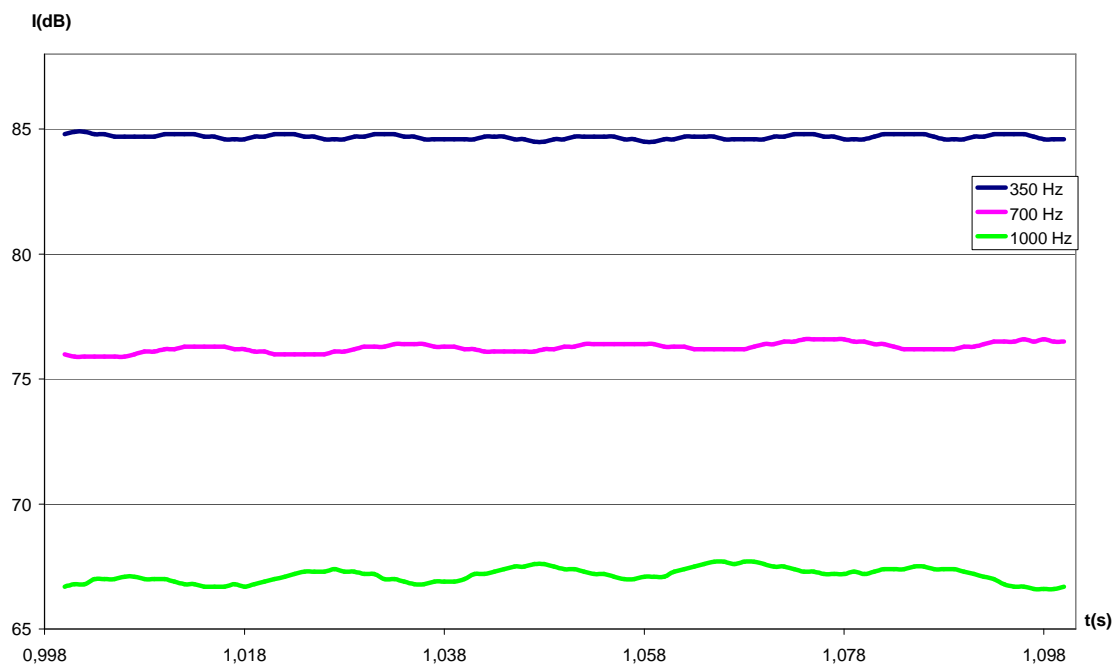


Fig. II.7 clarinete Bb₃E₄

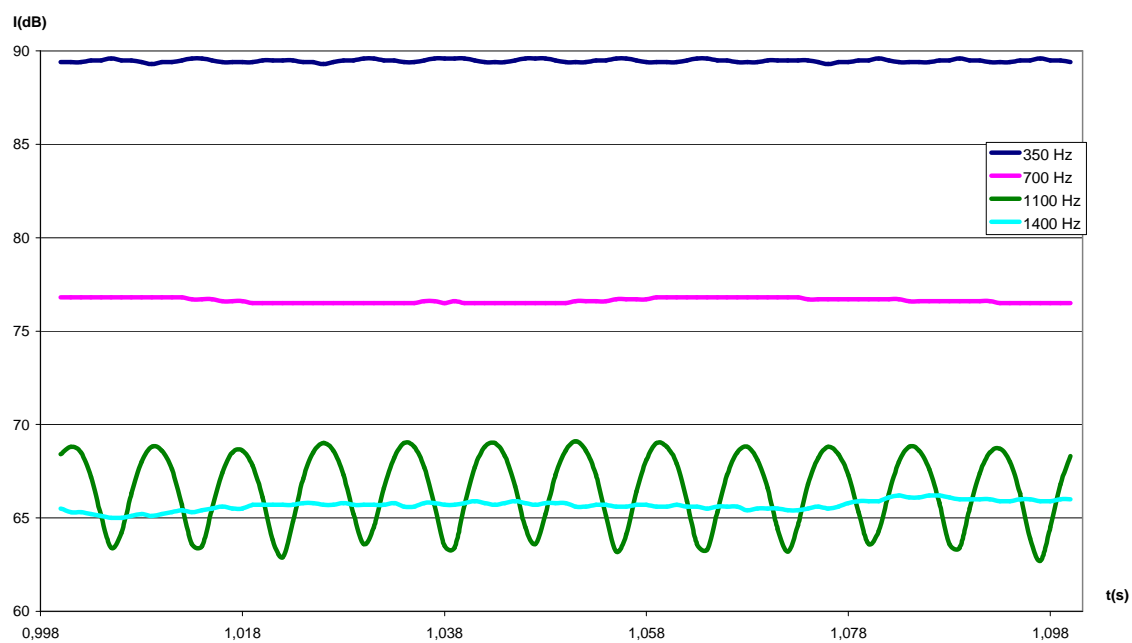


Fig. II.8 clarinete Bb₃F₄

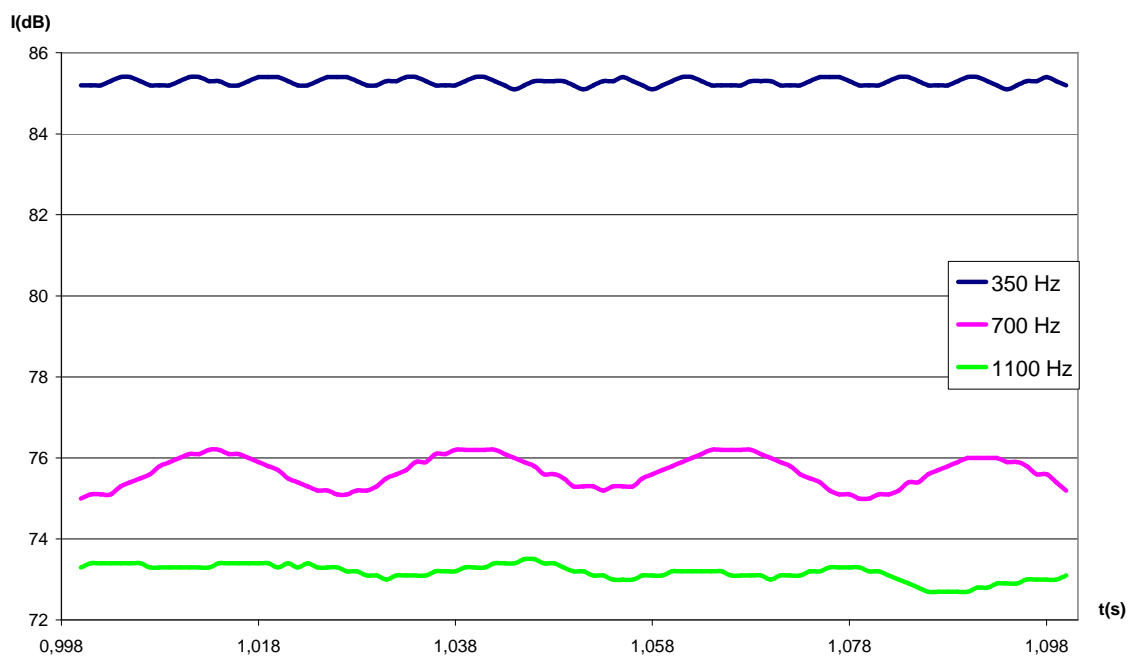


Fig. II.9 clarinete Bb₃Gb₄

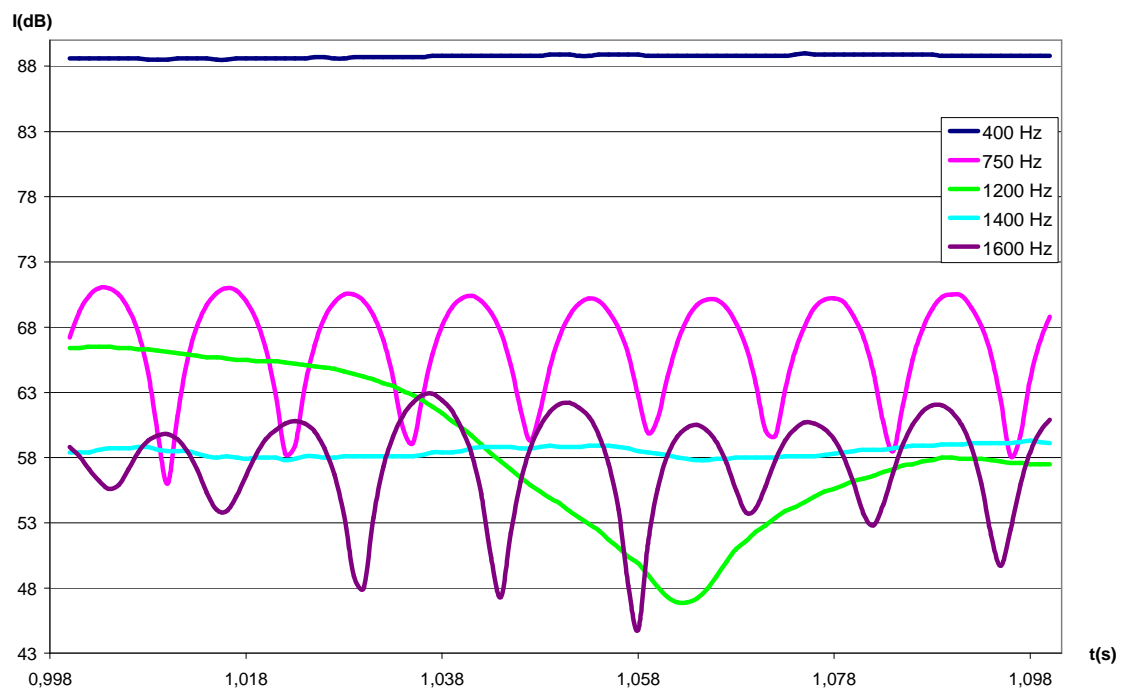


Fig. II.10 clarinete Bb₃G₄

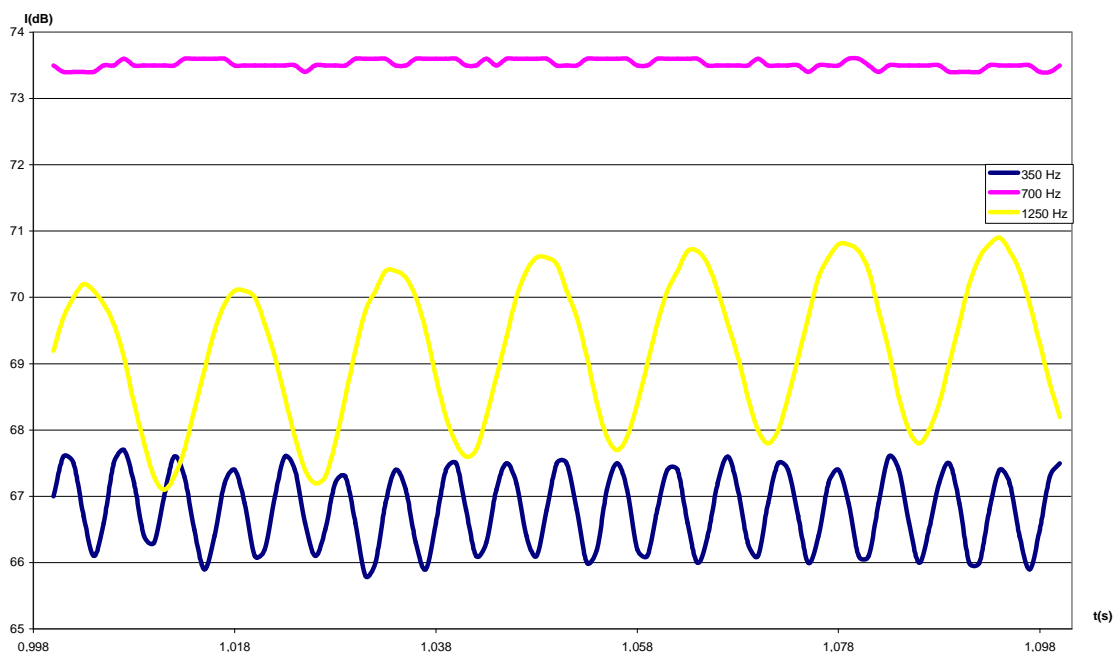


Fig. II.11 clarinete Bb₃Ab₄

Bb3B3	fi	fi1	fi2	fi2-fi1	(fi1+fi2)/2	fb	A. B.	%fb	Disonancia
	250	237.50	250.00	12.5	243.8	13.47	94.14	0.14	0.87
	700	706.25	750.00	43.8	728.1	40.22	131.57	0.31	0.96
	1200	1175.00	1250.00	75.0	1212.5	68.46	181.63	0.38	0.85
	1450	1406.25	1500.00	93.8	1453.1	82.92	209.79	0.40	0.82
									3.51
Bb3C4									
	250	237.50	268.75	31.3	253.1	26.88	94.14	0.29	0.98
	750	706.25	800.00	93.8	753.1	80.13	136.18	0.59	0.41
	1350	1175.00	1331.25	156.3	1253.1	0.00	198.28	0.00	0.00
	1600	1643.75	1593.75	50.0	1618.8	87.50	227.62	0.38	0.84
									2.24
Bb3Db4									
	250	237.50	281.25	43.8	259.4	44.47	94.14	0.47	0.65
	1400	1406.25	1406.25	0.0	1406.3	20.17	204.00	0.10	0.70
	1650	1643.75	1687.50	43.8	1665.6	25.38	233.72	0.11	0.75
	1900	2112.50	1968.75	143.8	2040.6	66.82	265.33	0.25	1.00
									3.11
Bb3D4									
	250	237.50	293.75	56.3	265.6	60.66	94.14	0.64	0.32
	900	937.50	887.50	50.0	912.5	56.65	150.56	0.00	0.00
	2100	2112.50	2075.00	37.5	2093.8	48.93	291.91	0.17	0.93
									1.25
Bb3Eb4									
	250	237.50	312.50	75.0	275.0	77.15	94.14	0.82	0.14
									0.14

Bb3E4	Tritono								
		237.50	337.50	100.0	287.5	0.00	76.68	0.00	0.00
	700	706.25	675.00	31.3	690.6	60.66	131.57	0.46	0.68
									0.68
Bb3F4									
		237.50	350.00	112.5	293.8	154.76	0.00	0.00	0.00
									0.00
Bb3Gb4									
		237.50	375.00	137.5	306.3	160.71	0.00	0.00	0.00
									0.00
Bb3G4									
		237.50	400.00	162.50	318.75	0.00	76.68	0.00	0.00
	750	706.25	793.75	87.5	750.0	27.24	136.18	0.20	0.98
	1600	1643.75	1593.75	50.0	1618.8	74.18	227.62	0.33	0.94
									1.92
Bb3Ab4									
		237.50	425.00	187.50	331.25	0.00	76.68	0.00	0.00
	1250	1175.00	1268.75	93.8	1221.9	65.62	187.10	0.35	0.90
									0.90
Bb3A4									
		237.50	443.75	206.25	339.32	0.00	76.68	0.00	0.00
	900	937.50	893.75	43.8	915.6	33.20	150.56	0.22	1.00
									1.00

Tabla II.1 Frecuencias que producen batidos en los acordes producidos por el clarinete

fi ≡ frecuencia en la que se produce un batido

fi1, fi2 ≡ frecuencias que forman el batido

fb ≡ frecuencia de batido

A.B. ≡ Anchura de Banda

%fb ≡ proporción entre la **fb** y la **A.B.**

ANEXO III

Resultados gráficos y numéricos para el órgano.

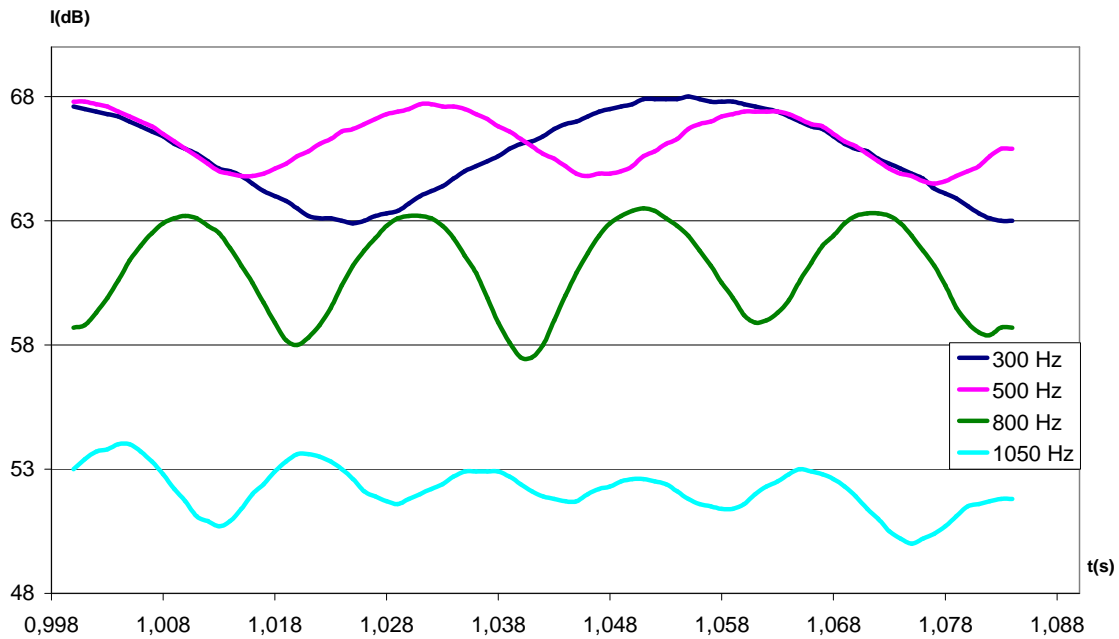


Fig. III.1 órgano $C_4C\#_4$

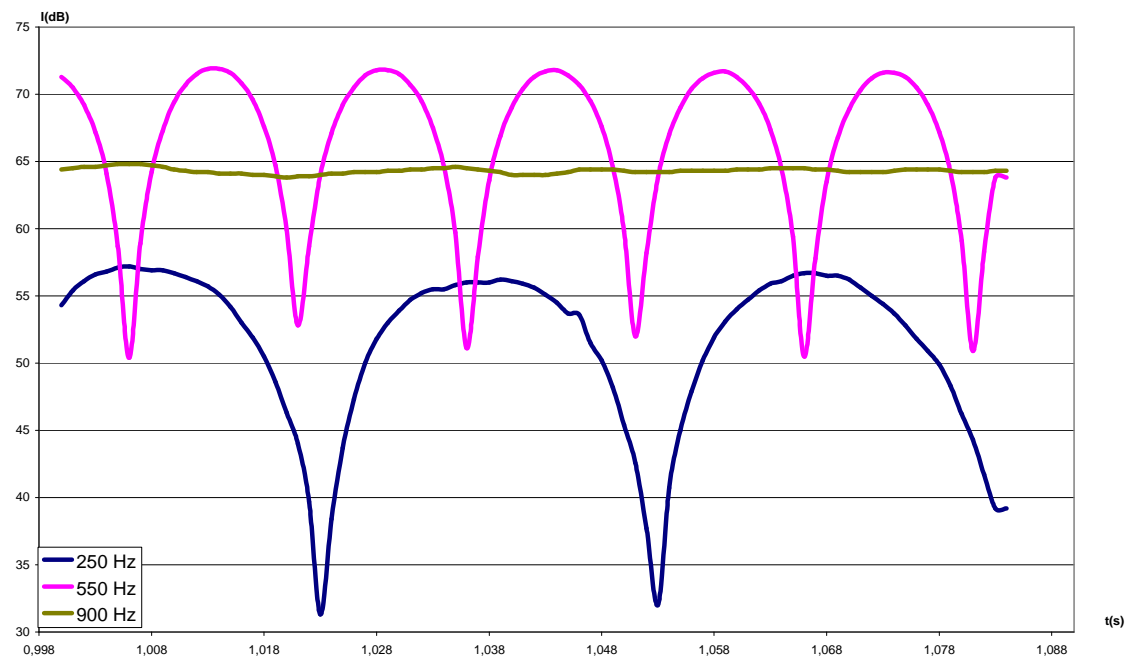


Fig. III.2 órgano C_4D_4

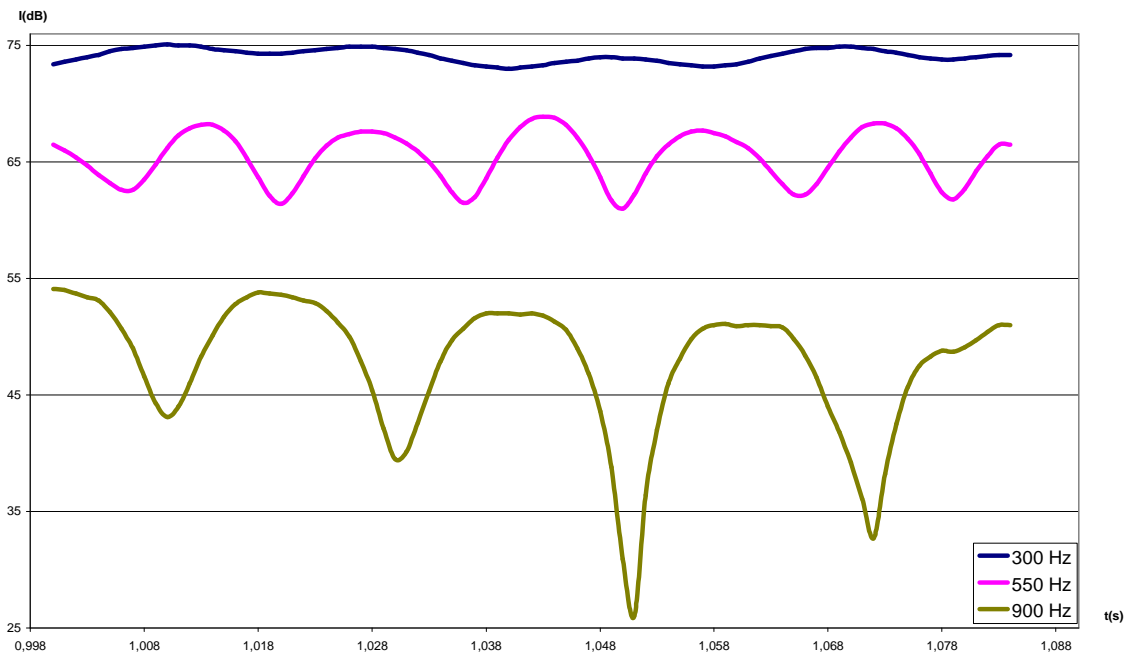


Fig. III.3 órgano $C_4D\#_4$

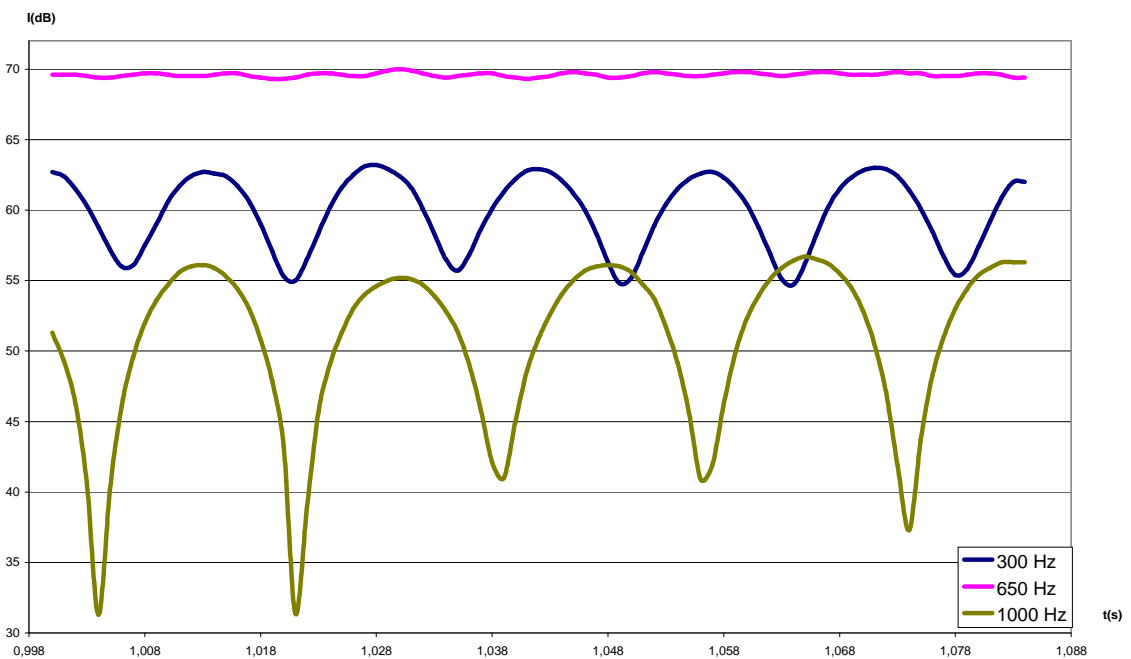


Fig. III.4 órgano C_4E_4

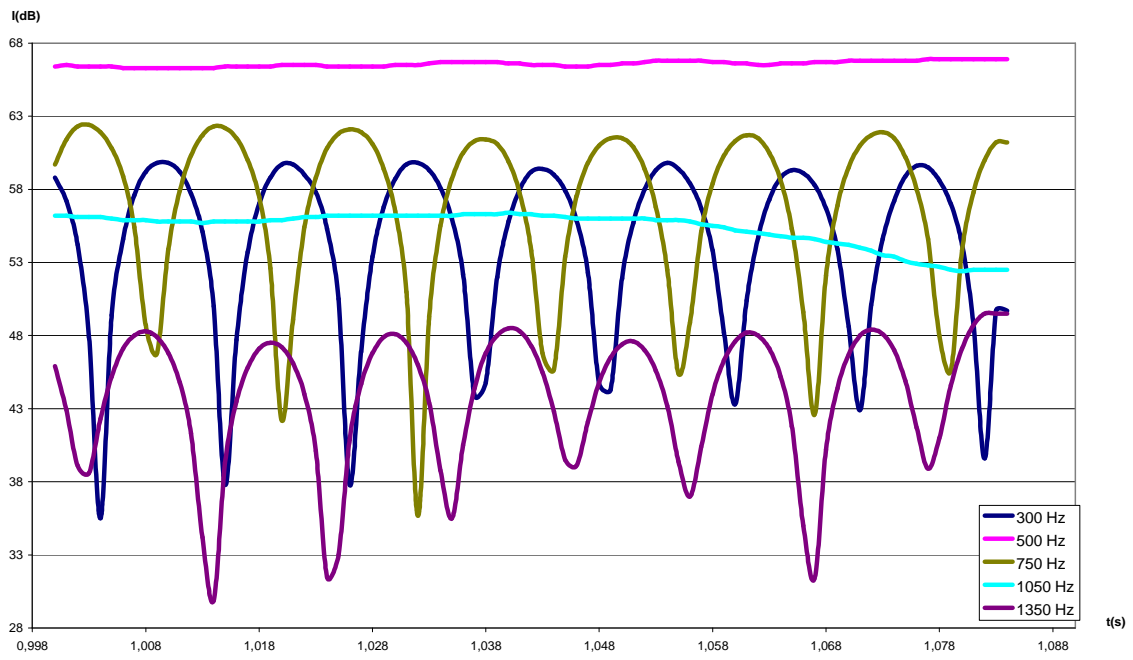


Fig. III.5 órgano C_4F_4

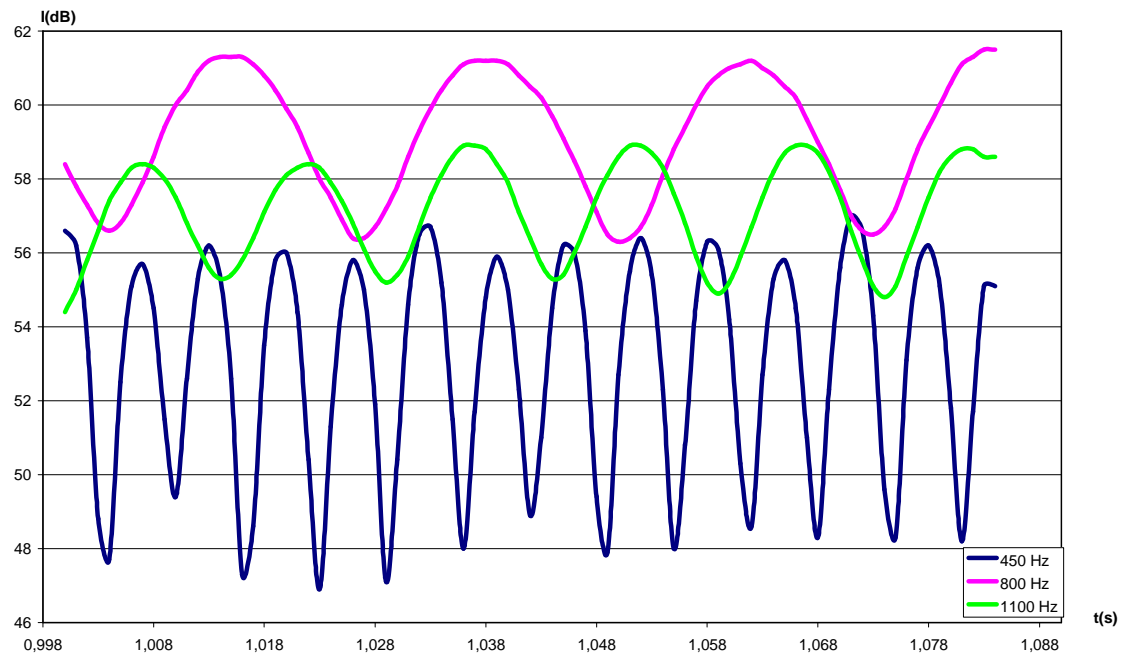


Fig. III.6 órgano $C_4F\#_4$

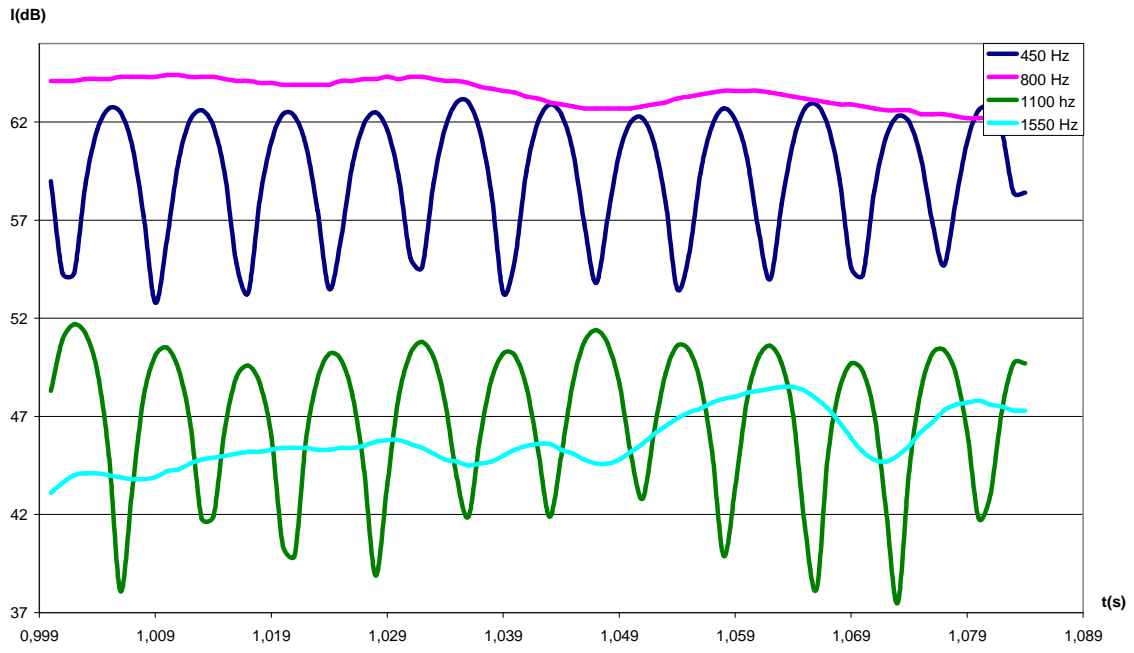


Fig. III.7 órgano C_4G_4

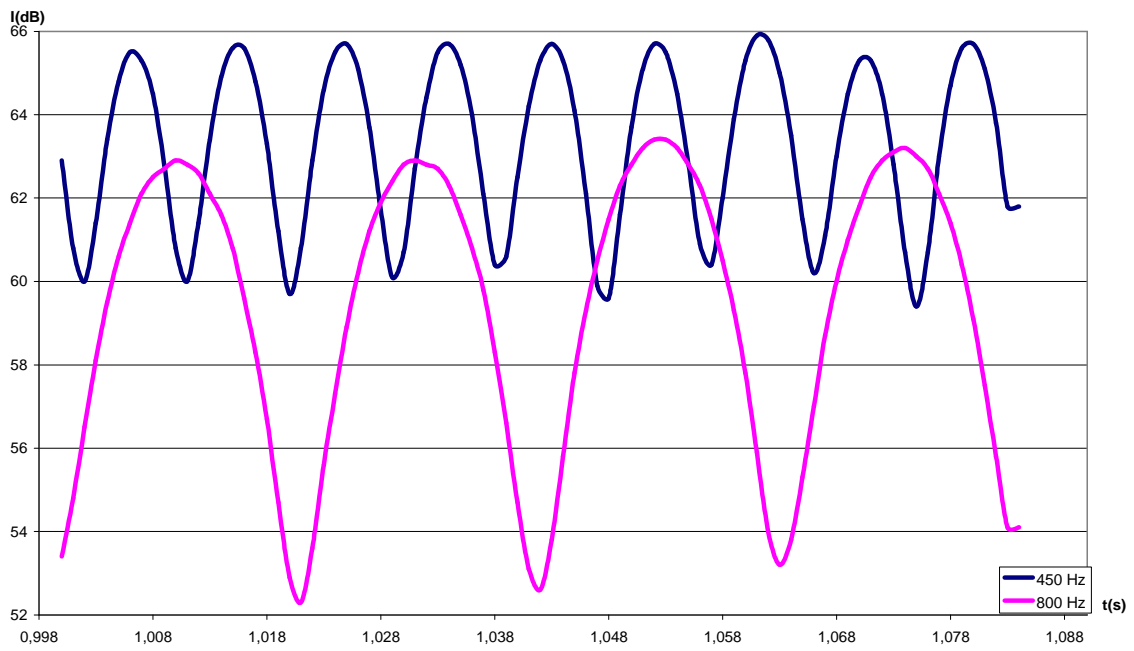


Fig. III.8 órgano $C_4G\#_4$

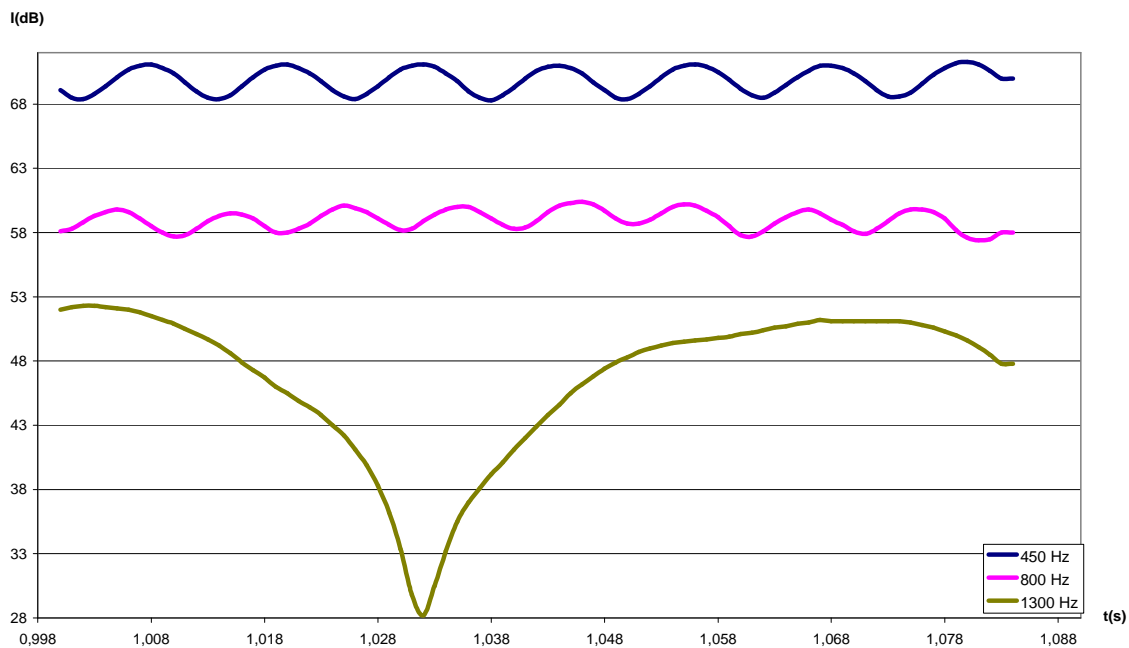


Fig. III.9 órgano C₄A₄

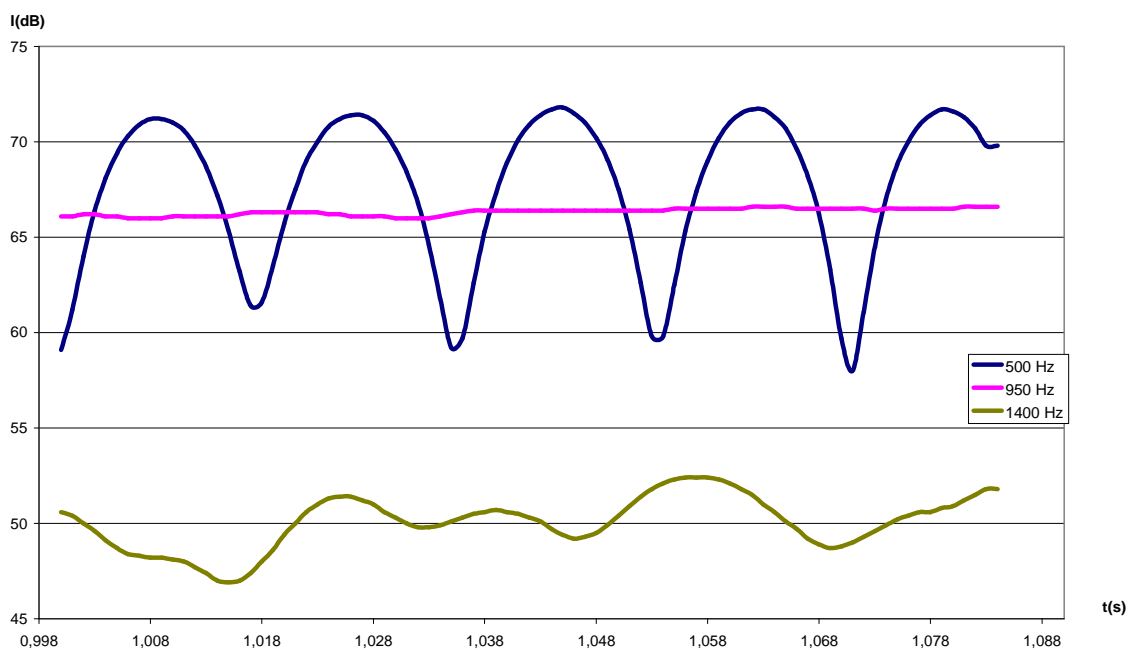


Fig. III.10 órgano C₄A₄#₄

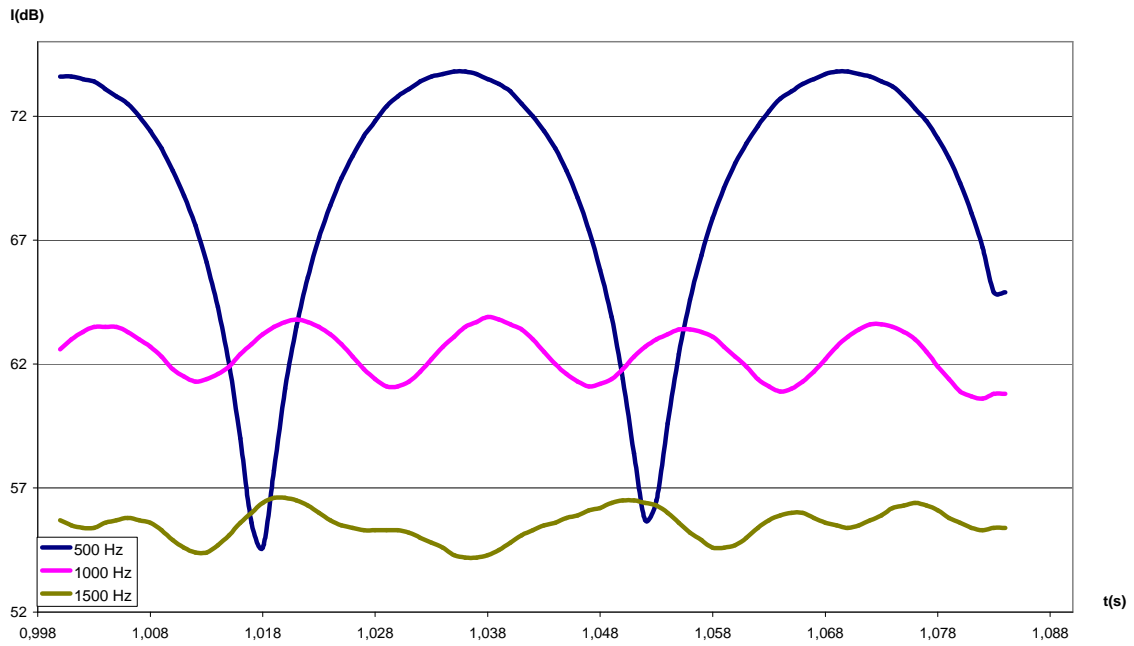


Fig. III.11 órgano C₄B₄

C4C#4	fi	fi1	fi2	fi2-fi1	(fi1+fi2)/2	fb	A.B.	%fb	Disonancia
	300	262.50	278.13	15.63	270.32	1.67	97.92	0.02	0.16
	500	521.88	556.25	34.37	539.07	33.91	114.01	0.30	0.97
	800	784.38	834.38	50.00	809.38	51.32	140.89	0.36	0.88
									2.01
C4D4									
	250	262.50	293.75	31.25	278.13	36.38	94.14	0.39	0.84
	550	521.88	587.50	65.62	554.69	74.18	118.26	0.63	0.35
									1.18
C4D#4									
	550	521.88	621.88	100.00	571.88	76.92	118.26	0.65	0.31
	900	1046.88	934.38	112.50	990.63	47.62	150.56	0.32	0.95
									1.26
C4E4									
	300	262.50	331.25	68.75	296.88	69.05	97.92	0.71	0.24
	1000	1046.88	990.63	56.25	1018.76	60.66	160.58	0.38	0.85
									1.09
C4F4									
	300	262.50	350.00	87.50	306.25	90.91	97.92	0.93	0.09
	750	784.38	700.00	84.38	742.19	83.33	136.18	0.61	0.37
	1350	1306.25	1400.00	93.75	1353.13	95.45	198.28	0.48	0.63
									1.09
C4F#4									
	300	262.50	371.88	109.38	317.19	111.11	97.92	1.13	0.00
	750	784.38	740.63	43.75	762.51	44.47	136.18	0.33	0.94
	1050	1046.88	1112.50	65.62	1079.69	64.58	165.72	0.39	0.83
									1.77

C4G4									
		262.50	393.75						
									0.00
C4G#4									
	800	784.38	831.25	46.87	807.82	48.81	140.89	0.35	0.91
									0.91
C4A4									
	500	262.50	440.63	178.13	351.57	83.33	114.01	0.73	0.21
	850	784.38	881.25	96.87	832.82	105.56	145.68	0.72	0.22
									0.43
C4A#4									
	500	262.50	468.75	206.25	365.63	55.56	114.01	0.49	0.62
									0.62
C4B4									
	500	262.50	493.75	231.25	378.13	27.55	114.01	0.24	1.00
									1.00

Tabla III.1 Frecuencias que producen batidos en los acordes producidos por el órgano

fi ≡ frecuencia en la que se produce un batido

fi1, fi2 ≡ frecuencias que forman el batido

fb ≡ frecuencia de batido

A.B. ≡ Anchura de Banda

%fb ≡ proporción entre la **fb** y la **A.B.**

ANEXO IV

Resultados gráficos y numéricos para la escala de 22 sonidos.

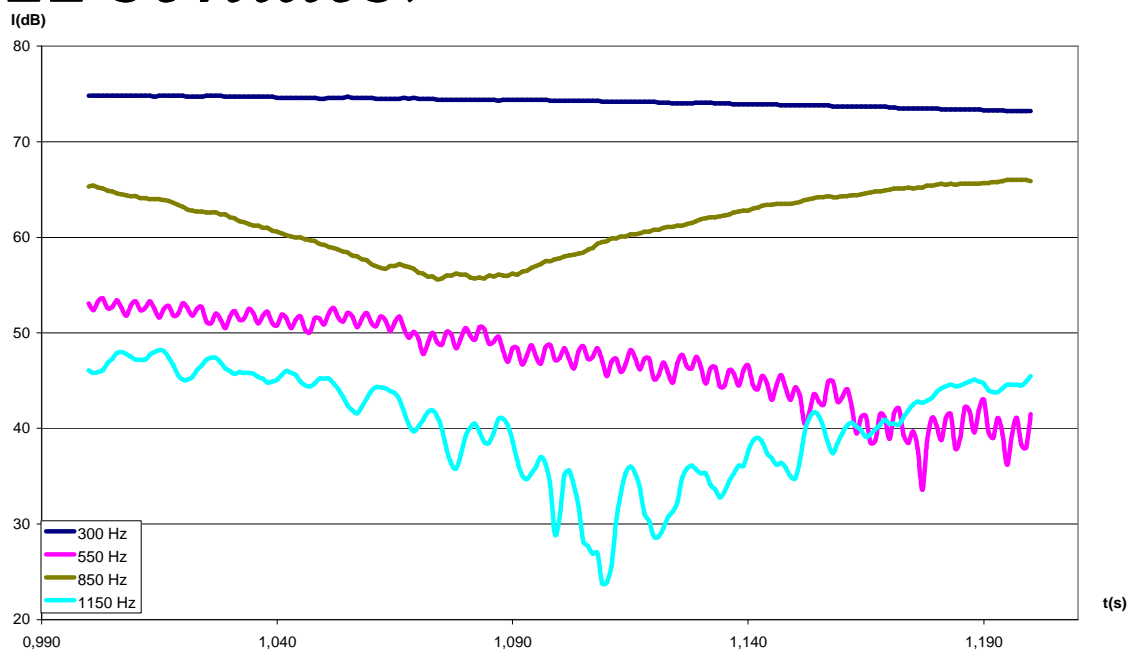


Fig. IV.1 1:1

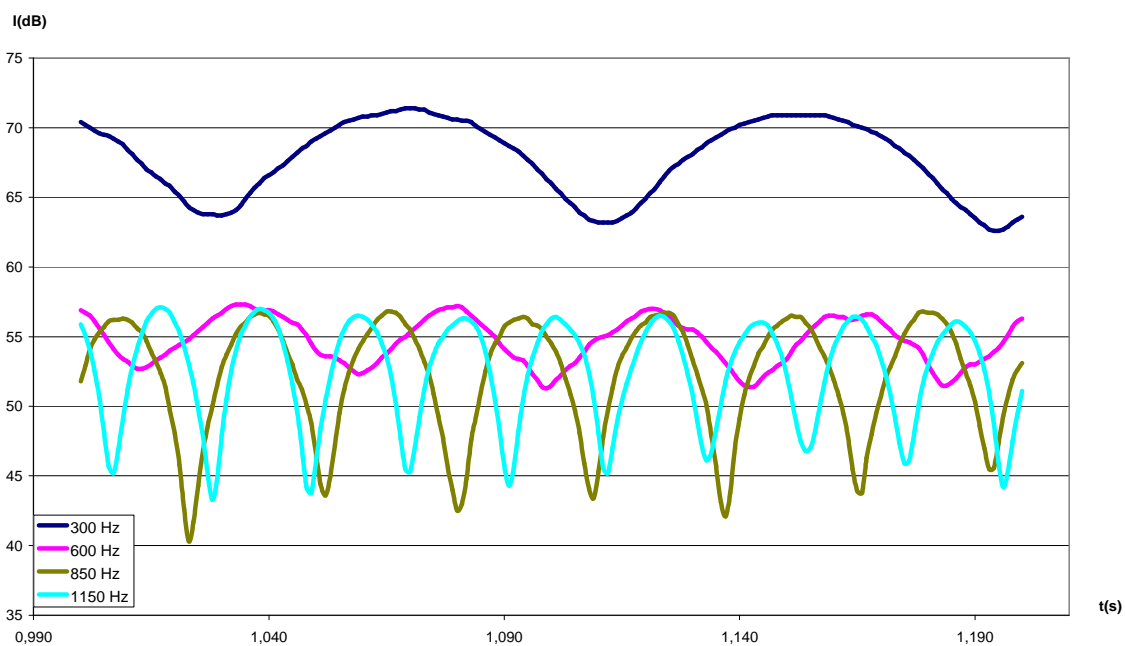


Fig. IV.2 256:243

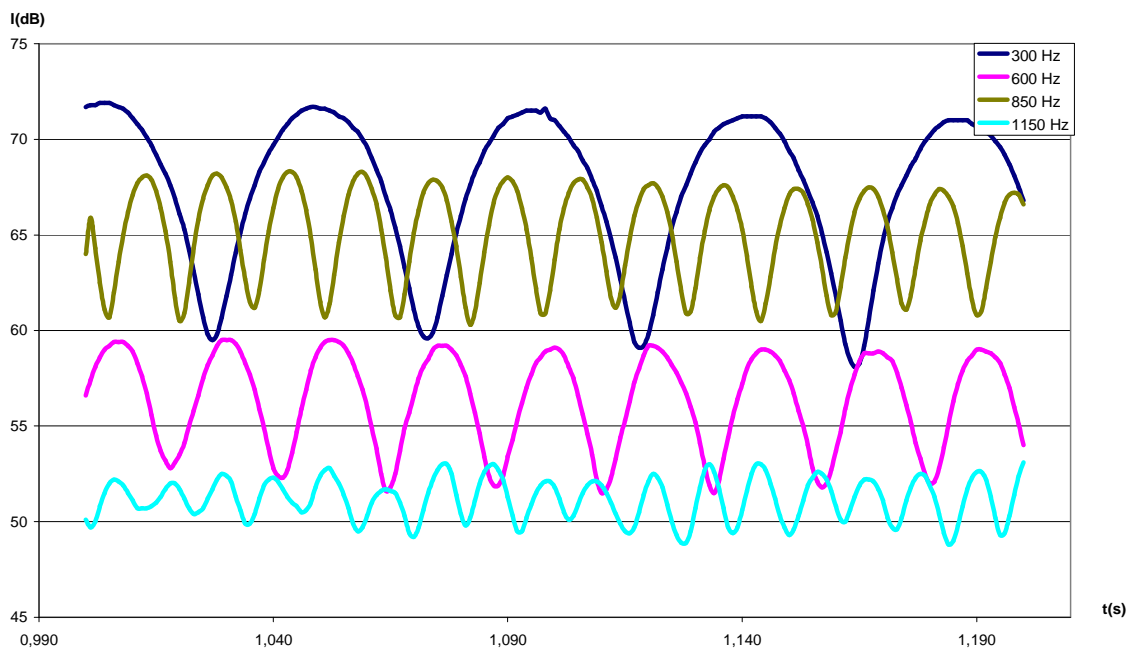


Fig. IV.3 16:15

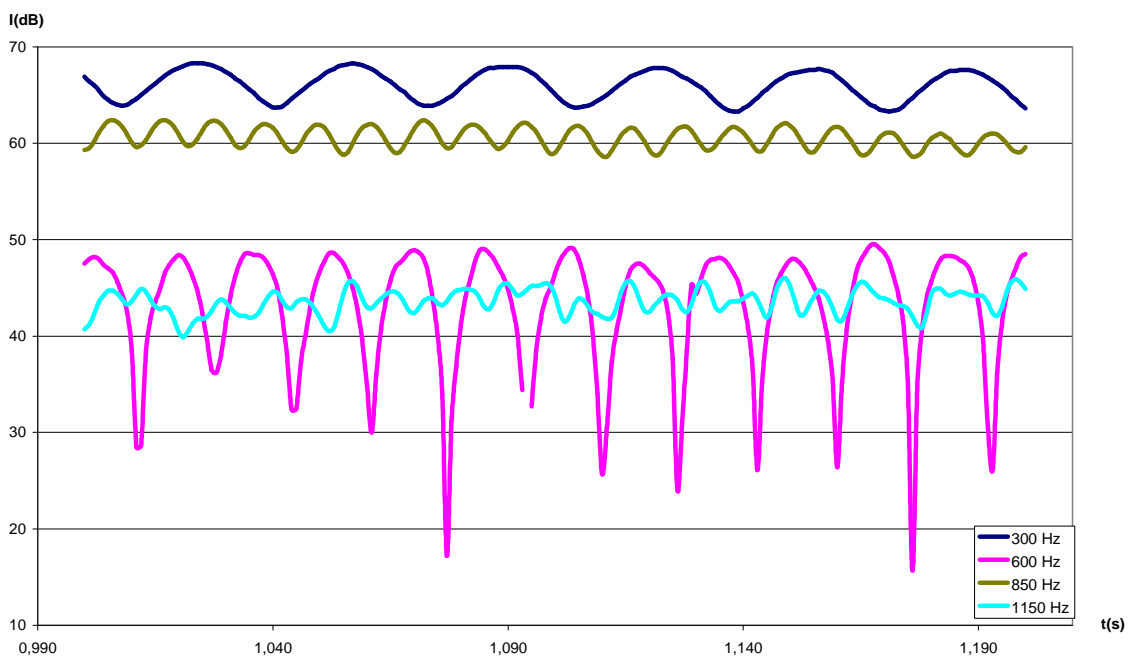


Fig. IV.4 10:9

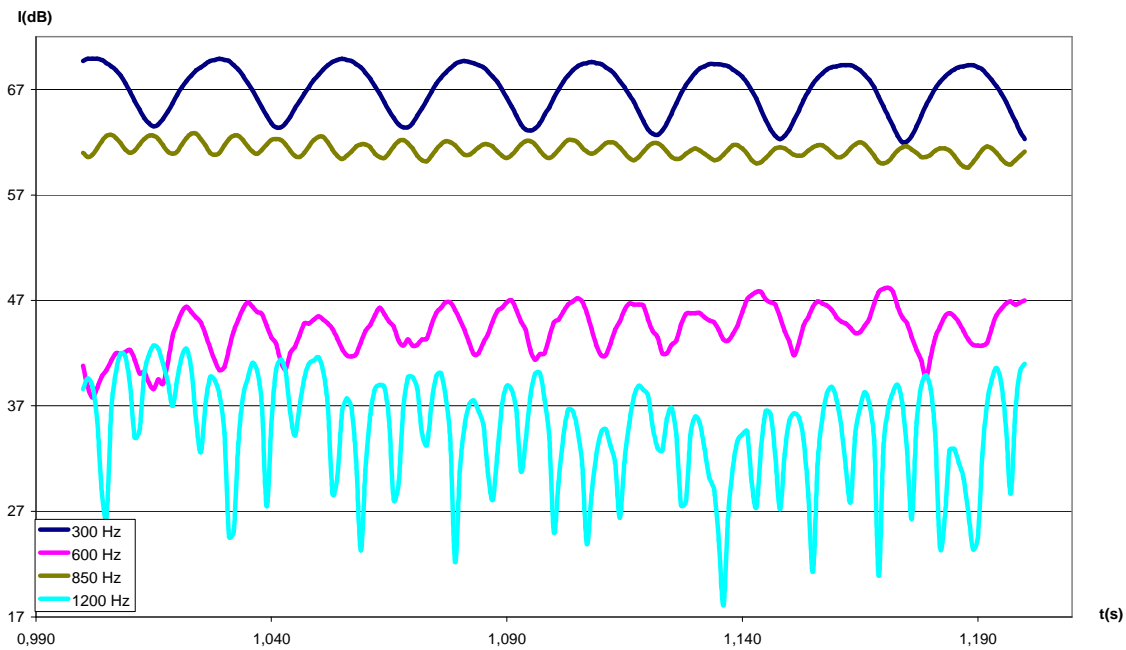


Fig. IV.5 9:8

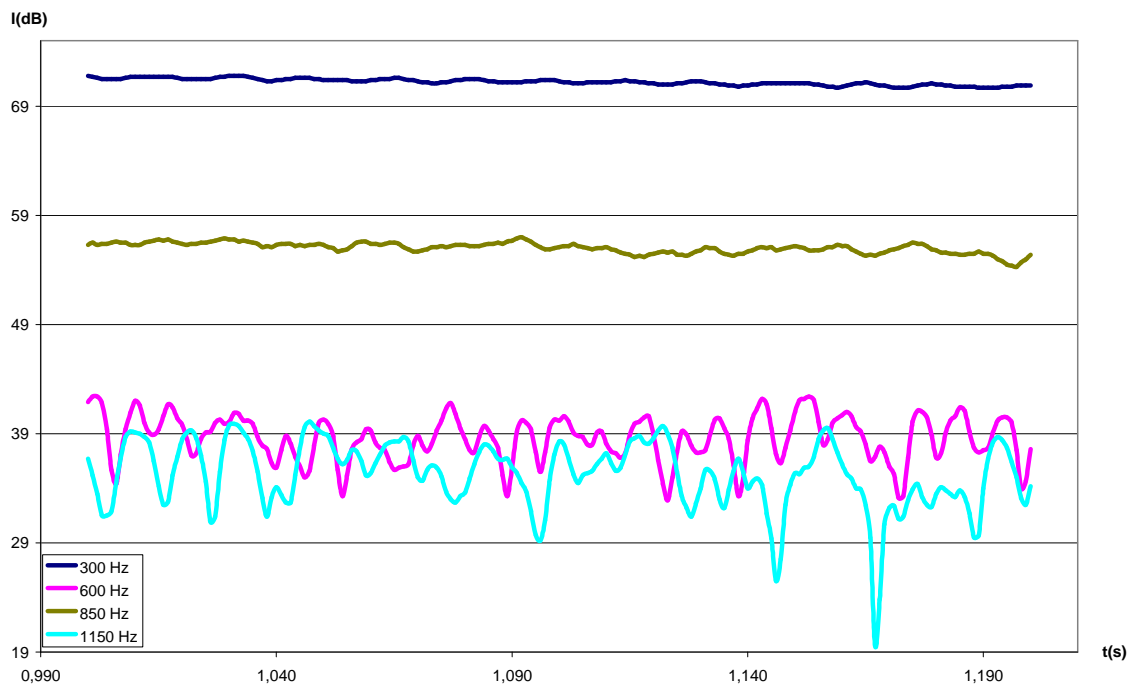


Fig. IV.6 32:27

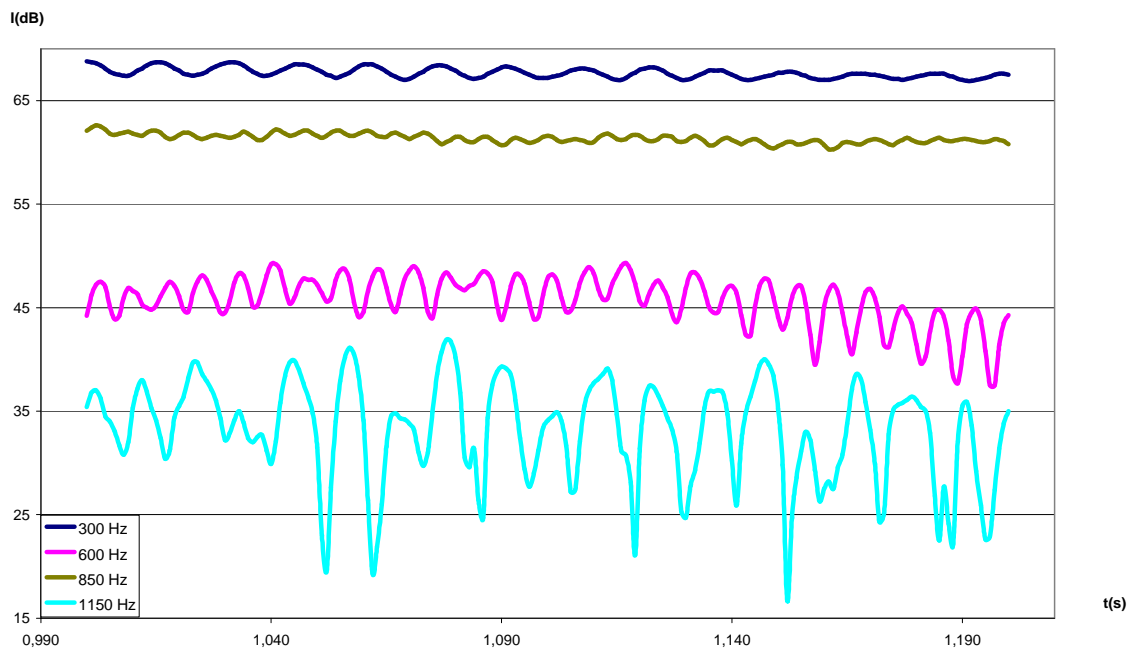


Fig. IV.7 6:5

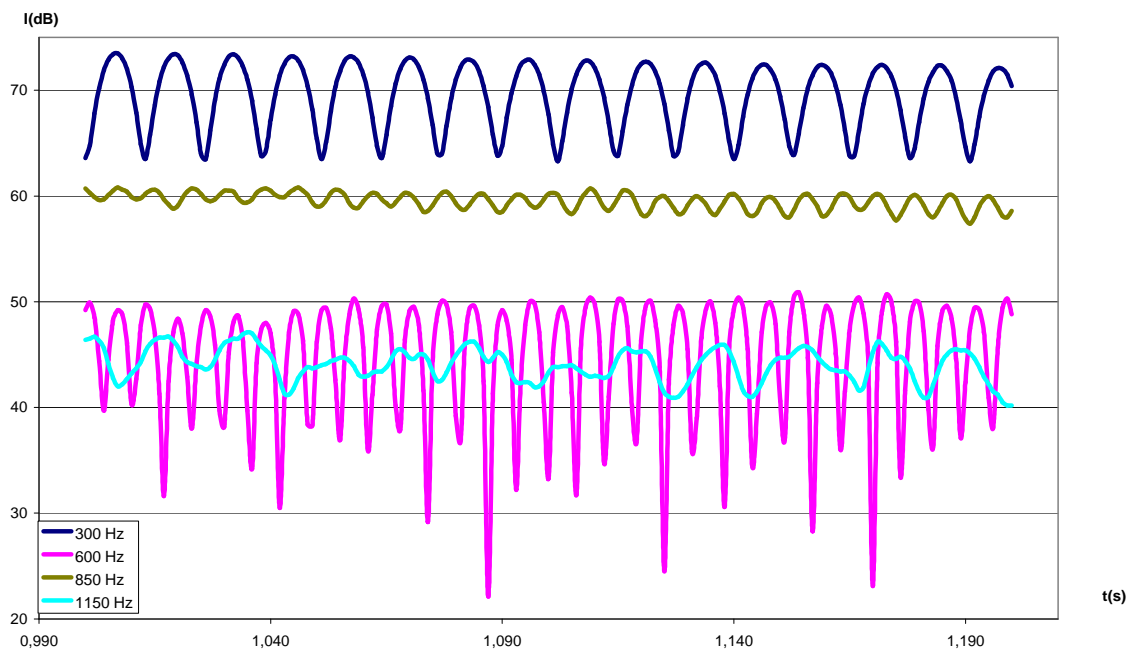


Fig. IV.8 5:4

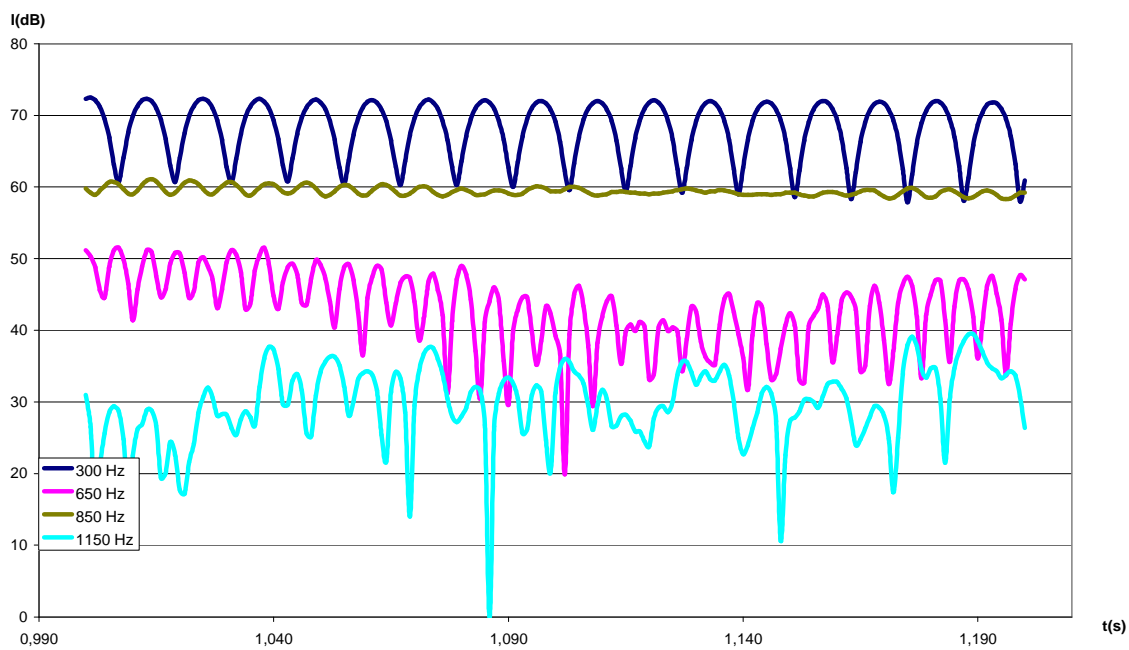


Fig. IV.9 81:64

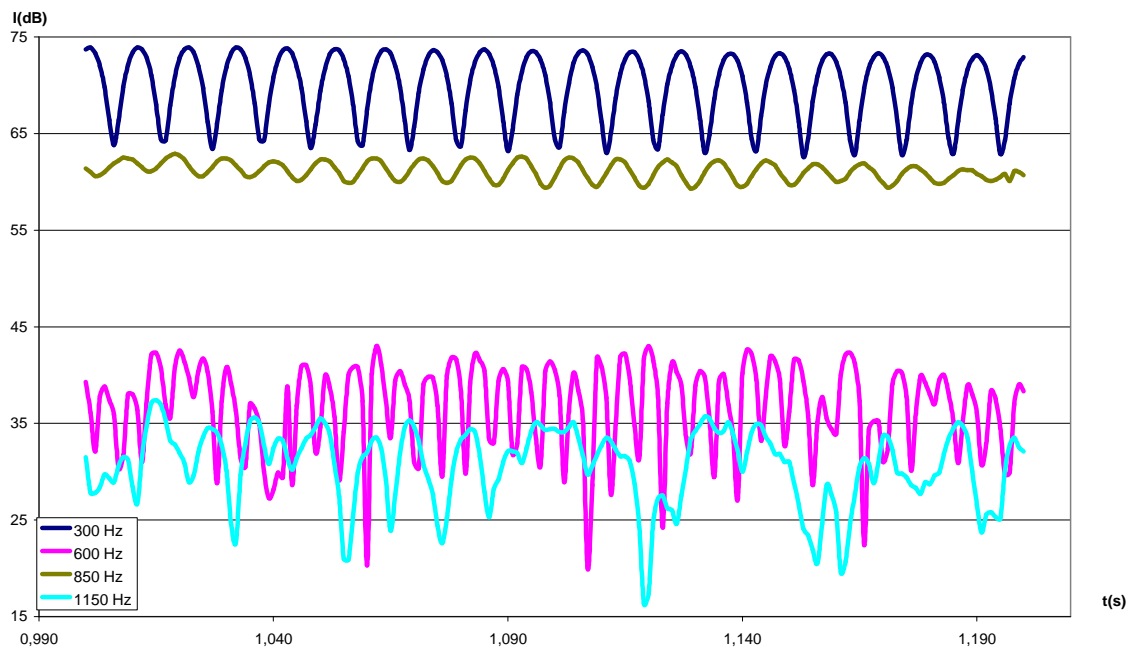


Fig. IV.10 4:3

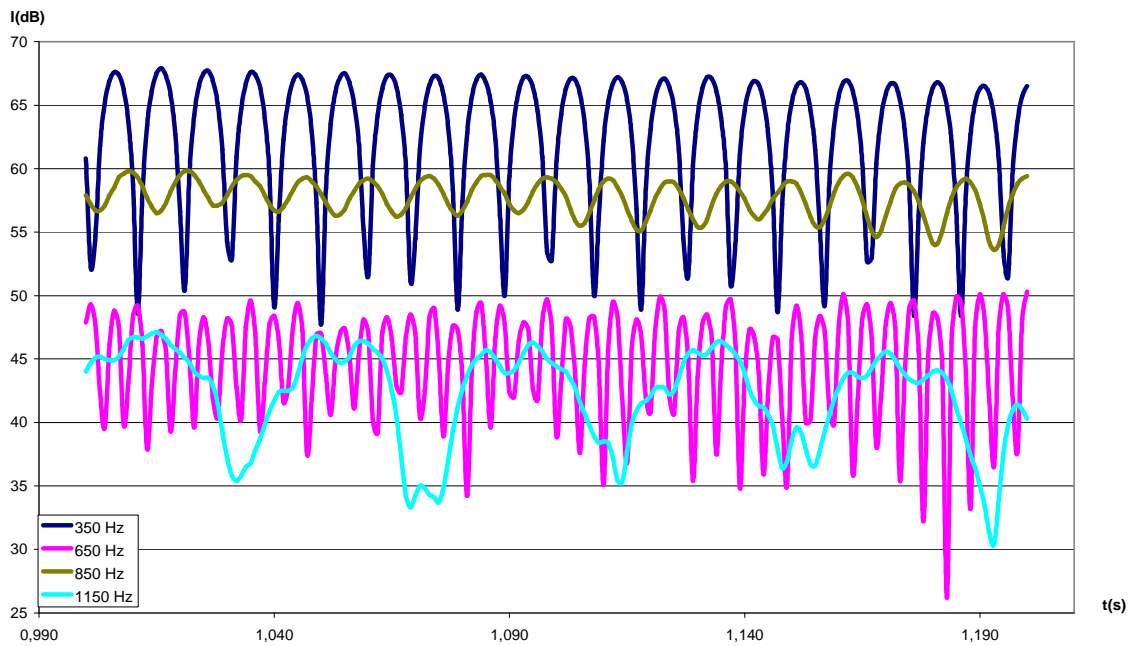


Fig. IV.11 27:20

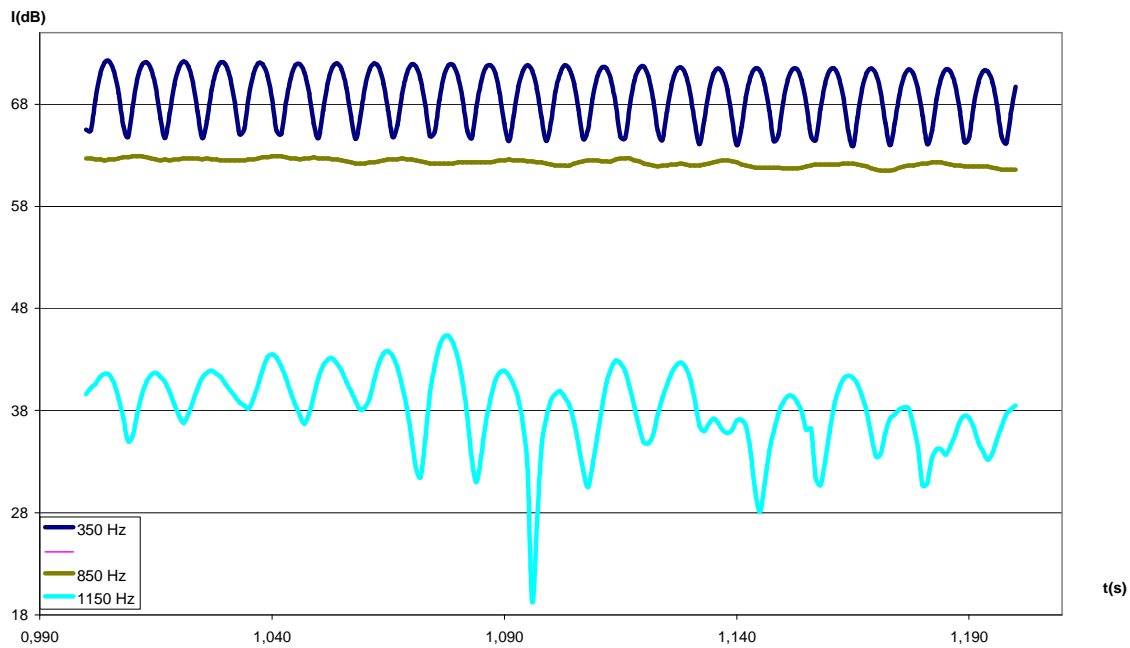


Fig. IV.12 45:32

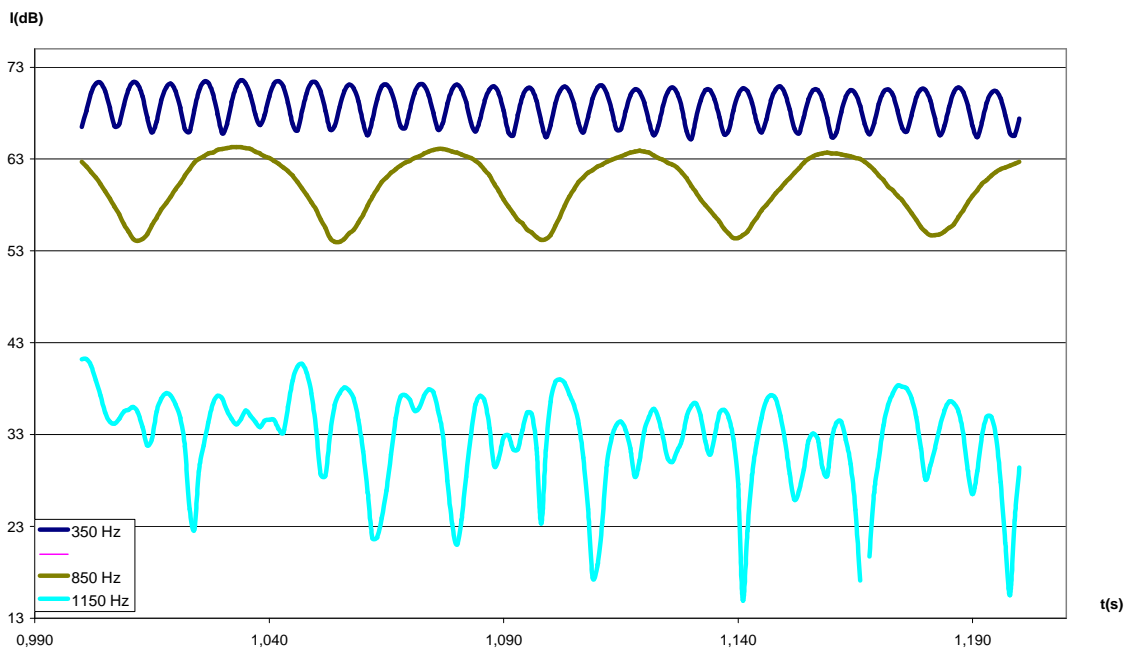


Fig. IV.13 729:512

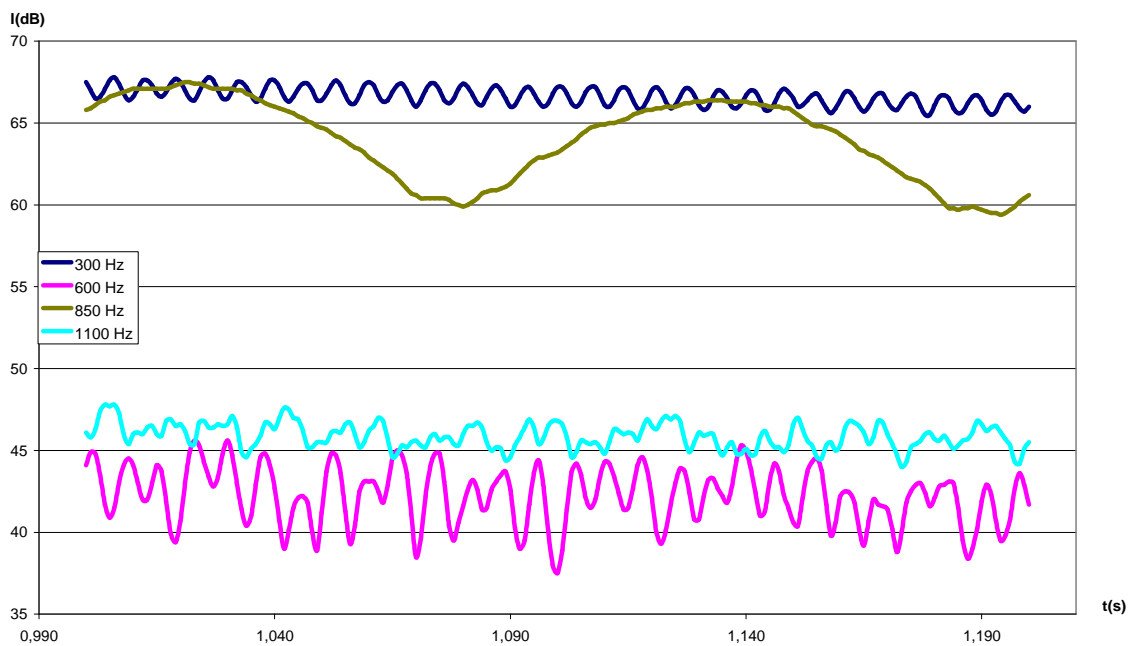


Fig. IV.14 3:2

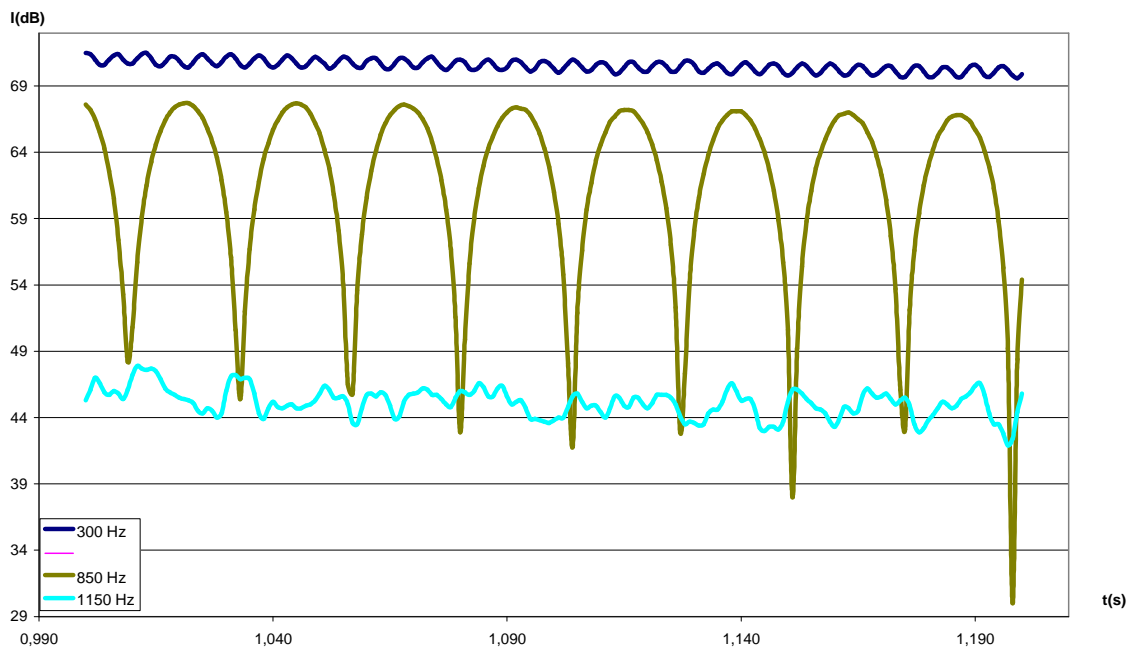


Fig. IV.15 128:81

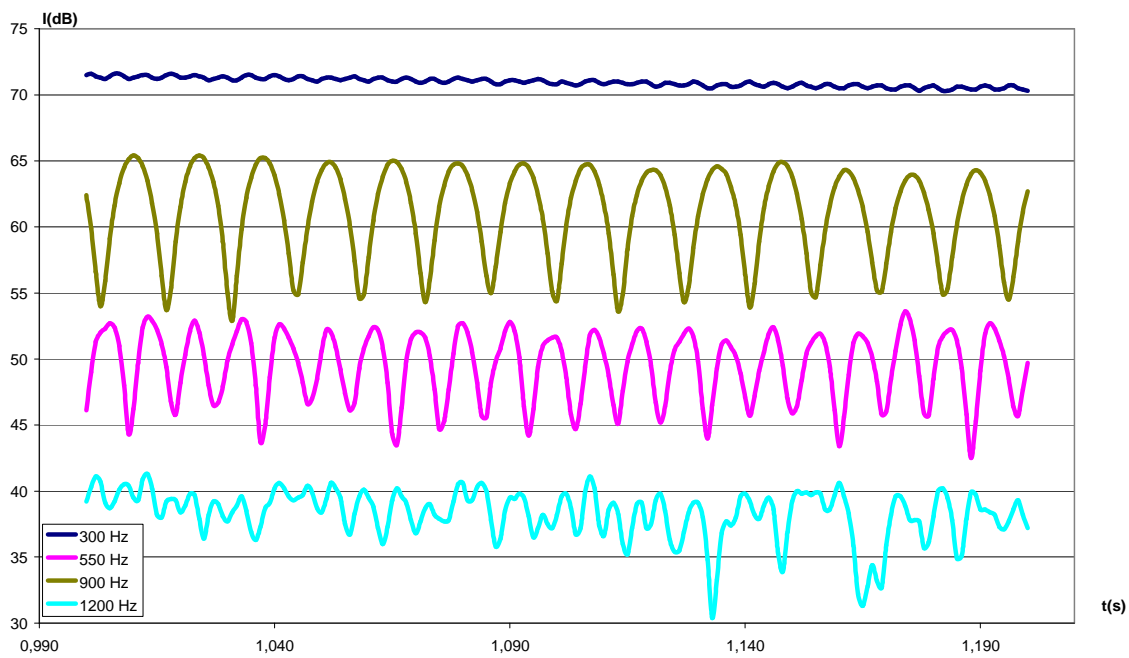


Fig. IV.16 8:5

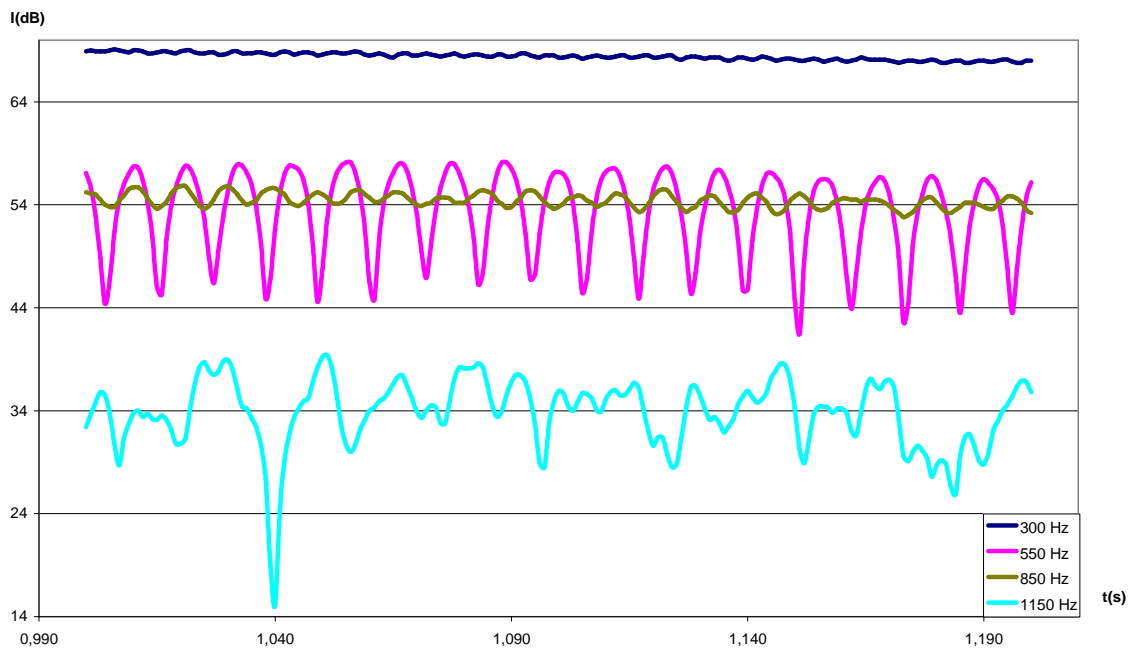


Fig. IV.17 5:3

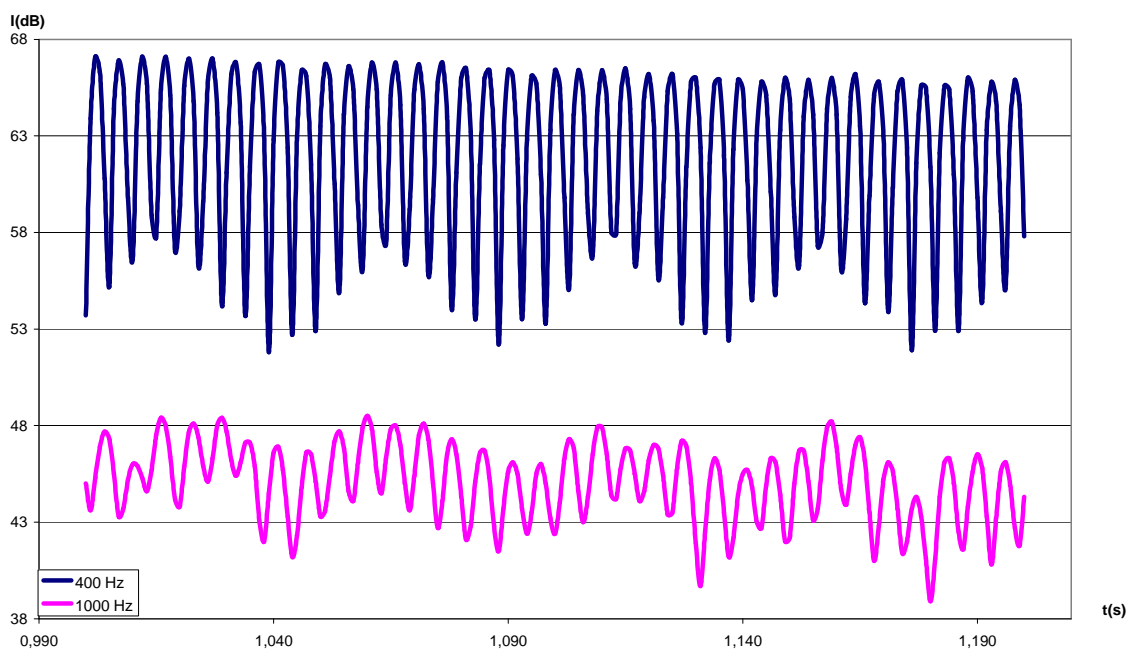


Fig. IV.18 27:16

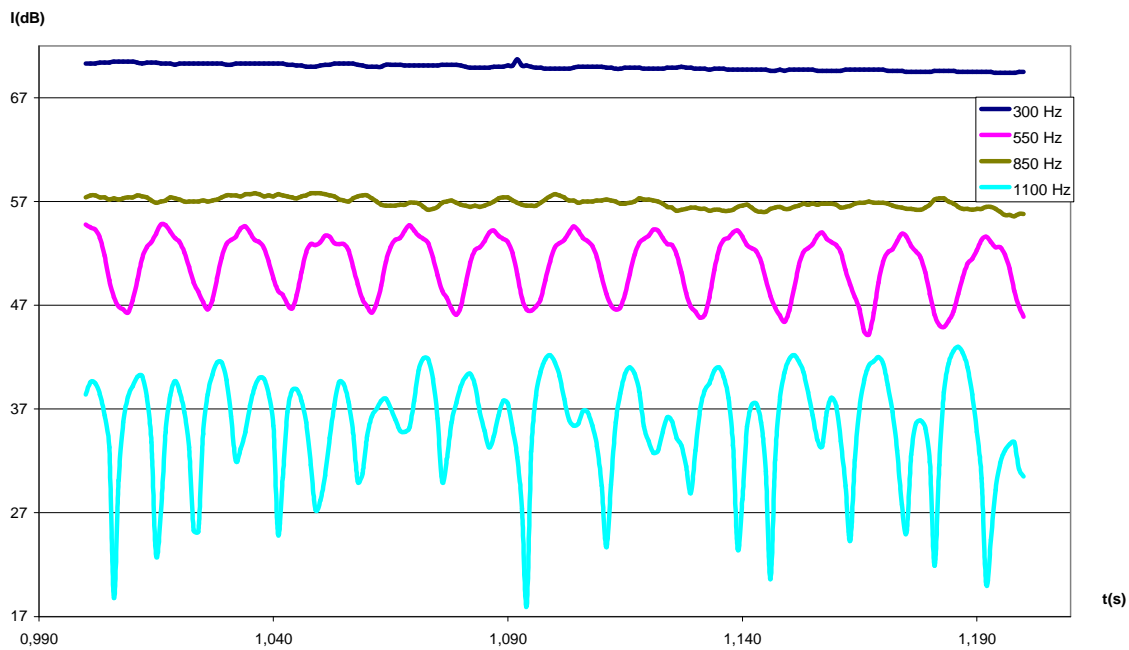


Fig. IV.19 9:5

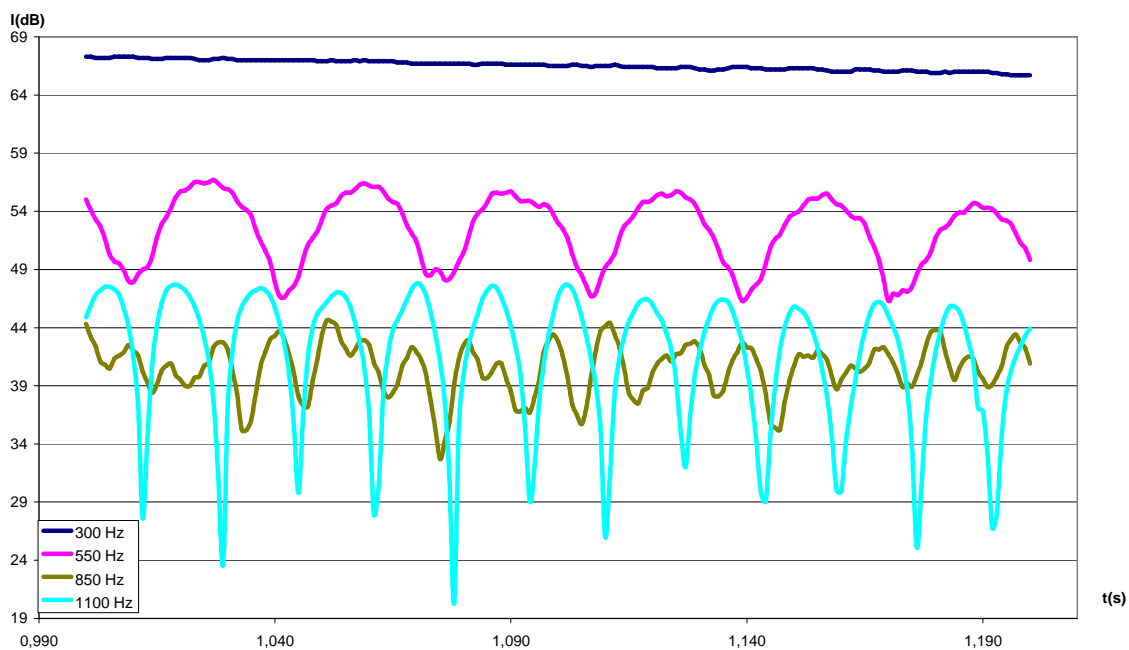


Fig. IV.20 15:8

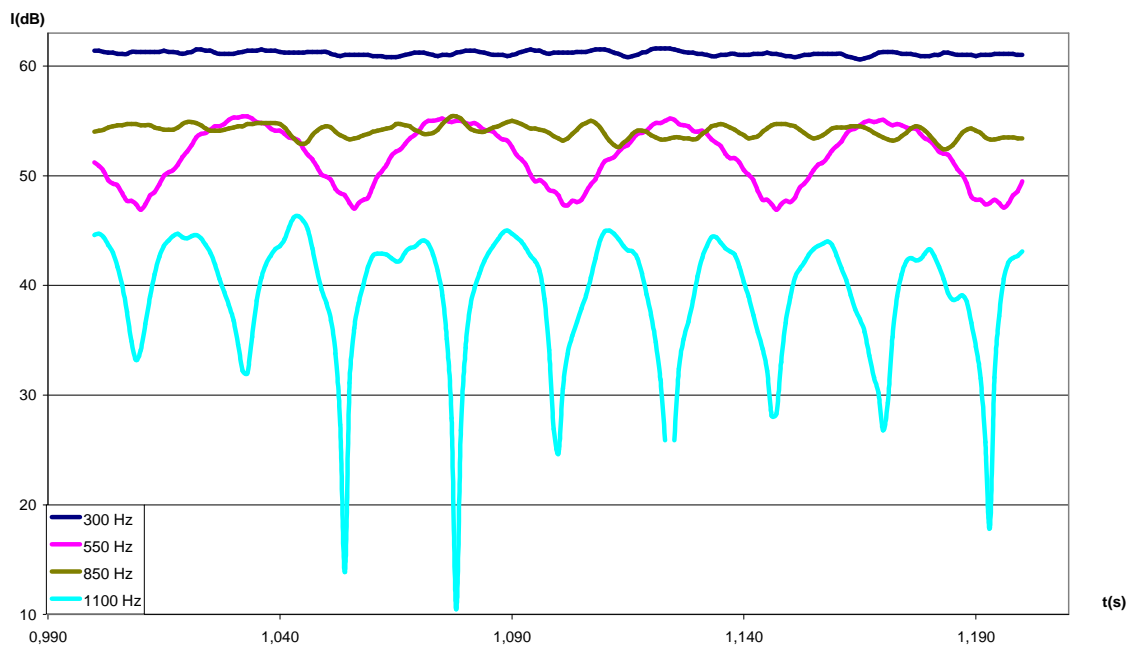


Fig. IV.21 243:128

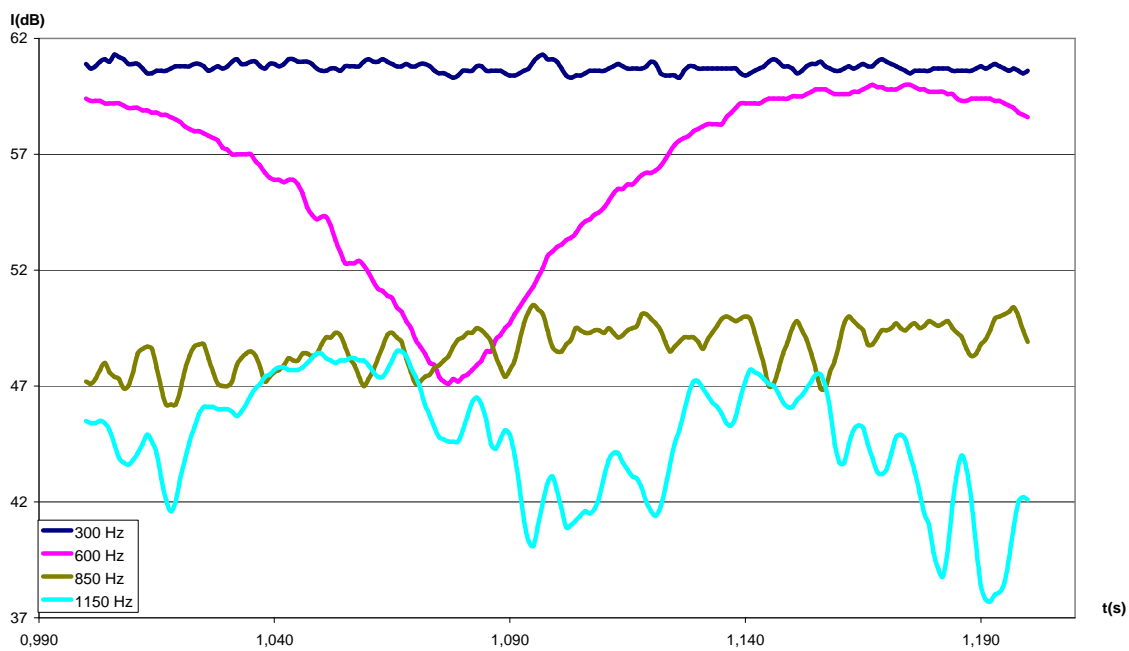


Fig. IV.22 2:1

1						3/2						
	-----						300	148,15	97,92	>100,00	0,00	
256/243		f_b	A. B.C.	$\%f_b$	Dison.		600	133,30	127,04	>100,00	0,00	
	300	12,13	97,90	12,39	0,81		850	8,93	145,68	6,13	0,49	
	600	23,51	122,60	19,18	0,97		1150	0,00	0,00	0,00	0,00	
	850	35,10	145,70	24,10	1,00						0,49	
	1150	47,62	176,20	27,03	0,99	128/81						
					3,77		300	160,00	97,92	>100,00	0,00	
16/15							850	42,10	145,68	28,90	0,98	
	300	21,89	97,90	22,36	0,99		1150	0,00	0,00	0,00	0,00	
	600	43,03	122,60	35,10	0,90						0,98	
	850	64,58	145,70	44,32	0,72	8/5						
	1150	87,12	176,20	49,44	0,60		300	0,00	0,00	0,00	0,00	
					3,21		550	72,73	118,26	61,50	0,37	
10/9							900	105,26	150,56	69,91	0,24	
	300	30,77	97,90	31,43	0,95		1200	0,00	0,00	0,00	0,00	
	600	60,61	112,60	53,83	0,51						0,61	
	850	90,91	145,70	62,39	0,35	5/3						
	1150	121,21	176,20	68,79	0,26		300	0,00	0,00	0,00	0,00	
					2,07		550	88,89	118,26	75,16	0,19	
9/8							850	105,26	145,68	72,26	0,22	
	300	37,38	97,90	38,18	0,84						0,41	
	600	74,07	112,60	65,78	0,30	27/16						
	850	111,11	145,70	76,26	0,18		400	210,53	105,78	>100,00	0,00	
	1200	142,86	181,60	78,67	0,16		1000	166,67	160,58	>100,00	0,00	
					1,48						0,00	
32/27						9/5						
	-----						300	0,00	0,00	0,00	0,00	
6/5							550	57,14	118,26	48,32	0,63	
	300	65,57	97,92	66,96	0,28		850	0,00	0,00	0,00	0,00	
	600	133,33	122,60	>100,00	0,00		1100	114,28	160,58	71,17	0,23	
	850	153,85	145,68	>100,00	0,00						0,86	
	1150	88,89	176,24	50,44	0,58	15/8						
					0,86		300	0,00	0,00	0,00	0,00	
5/4							550	30,77	118,26	26,01	1,00	
	300	78,43	97,92	80,09	0,15		850	83,33	145,70	57,19	0,44	
	600	160,00	122,60	>100,00	0,00		110	60,61	160,58	37,74	0,85	
	850	1290,30	145,68	88,57	0,11						2,29	
	1150	57,69	176,24	32,73	0,94	243/128						
					1,20		300	0,00	0,00	0,00	0,00	
81/64							550	22,06	118,26	18,65	0,96	
	300	85,11	97,92	86,92	0,12		850	0,00	0,00	0,00	0,00	
	650	160,00	127,04	>100,00	0,00		110	43,96	160,58	27,37	0,99	
	850	117,65	145,68	80,76	0,15						1,95	
	1150	137,93	176,24	78,26	0,17	2						
					0,44		-----					
4/3												
	300	95,24	97,92	97,26	0,05							
	600	190,48	127,04	>100,00	0,00							
	850	95,24	145,68	68,37	0,30							
	1150	100,00	176,24	56,74	0,45							
					0,80							
27/20												
	350	102,56	101,80	>100,00	0,00							
	650	200,00	127,04	>100,00	0,00							
	850	76,92	145,68	52,80	0,53							
	1150	24,84	176,24	14,10	0,86							
					1,39							
45/32												
	350	121,21	101,80	>100,00	0,00							
	850	0,00	145,68	0,00	0,00							
	1150	81,63	176,24	46,32	0,67							
					0,67							
729/512												
	350	137,93	101,80	>100,00	0,00							
	850	23,39	145,68	16,05	0,91							
	1150	80,00	176,24	45,39	0,69							
					1,60							

Tabla IV.1 Frecuencias de los intervalos que componen la escala de 22 sonidos

Bibliografía

- ✂ *Atlas de música* (1993), Alianza Atlas
- ✂ Backus, J. (1977) “*The acoustical foundations of music*” W.W. Norton & Company. 2ª Edición
- ✂ Békésy, G. (1960) “*Experiments in hearing*” McGraw-Hill. N.Y.
- ✂ Barkechli, M.M. (1958) “*L’Évolution de la gamme dans la musique orientale*” Acoustique Musicale. Colloques internationaux du centre national de la recherche scientifique. Marseille
- ✂ Canac, M. (1959) “*Accoustique musicale*” Editions du centre national de la recherche scientifique. París
- ✂ Calvo-Manzano, A. (2002) “*Acústica físico-musical*” Real Musical. 3ª Edición
- ✂ Carden, N. (1980) “The definition of consonance and dissonance.” *Interantional Review of the Aesthetics and Sociology of Music*, Vol.2, pp. 123-168
- ✂ de Diego Evade, A.M.; Merino de la Fuente, M. (1988) “*Fundamentos físicos de la música*” Instituto de Ciencias de la Educación.Univ. de Valladolid
- ✂ Fdez. de la Gándara. G; Lorente, M. (1998) “*Acústica musical*” ICCMU. 2ª Edición
- ✂ Fdez. Herrero, O.; Lorente, M. (2006) “Comprobación experimental de la teoría de la consonancia y disonancia musical” *Revista de Acústica*. Vol. 37 nº 1-2, pp. 5-10

-
- ✗ Fdez. Herrero, O.; Lorente, M. (2007) “Official publication of the 19th international congress on acoustics” *Revista de Acústica* vol. 38 n° 3 y 4 MUS-07-003
 - ✗ Fletcher, N.H.; Rossing, T.D. (1993) “*The physics of musical instruments*” Springer, New York
 - ✗ Fletcher, N.H.; Thwaites, S. (2000) “Física de los tubos de órgano”. *Investigación y Ciencia*. Tema21.Acústica musical.
 - ✗ García A. (2006) “*El concepto de consonancia en la teoría musical de la escuela pitagórica a la Revolución Científica*” Universidad Pontificia de Salamanca
 - ✗ *Grove Dictionary of Music and Musicians* (2001)
 - ✗ Gruber, B.J. (2005) “Mathematical-Physical Properties of Musical Tone Systems” *Sitzungsber. Öst. Akad. Wiss. Wien, math.-nat. Kl.* pp. 43-79
 - ✗ Gruber, B.J. (2006) “Mathematical-Physical Properties of Musical Tone Systems II” *Sitzungsber. Öst. Akad. Wiss. Wien, math.-nat. Kl.* pp 45-105
 - ✗ Helmholtz, H. (1913) “*Die Lehre von den Tonempfindungen als Physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*” Verlag F. Vieweg & Sohn, Braunschweig. (1^a ed. 1863)
 - ✗ Helmholtz, H. (1954) “*On the sensation of tones*” Dover. N.Y.
 - ✗ Hindemith, P. (1937) “*Unterweisung im Tonsatz, Mainz*” (Ver. ing.: The craft of musical composition, London&New York 1942).
 - ✗ Kameoka, A.; Kuriyagawa, M (1969a). ”Consonance theory, partI: Consonance of dyads” *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.45, No6, pp. 1451-1459

-
- ✂ Kameoka, A.; Kuriyagawa, M. (1969b) "Consonance theory, partII: Consonance of complex tones and its computation method" *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.45, No6, pp. 1451-1459

 - ✂ Krishnaswamy, A. (2003) "On the twelve Basic Intervals in South Indian Classical Music" *Audio Engineering Society. Convention Paper 5903*, Convention 115, N.Y.

 - ✂ Lorente, M. (1964) "Contribución al estudio de la acústica musical: fundamentos físicos de la tonalidad y de la consonancia" *Ciencia aplicada*. N°97. pp 97-116

 - ✂ Lorente, M. (1965) "Serialización de los elementos musicales" *Revista de Ciencia Aplicada* n° 102. pp 12-24

 - ✂ Lorente, M. (1994) "Ciencia y música en el Renacimiento español" *Revista de Musicología*, vol. XVII, n° 1-2. pp 11-40

 - ✂ Malm, W.P. (1985) "*Culturas musicales del Pacífico, el Cercano Oriente y Asia*" Alianza Música.

 - ✂ Mazola, G. (1990) "*Geometrie der Töne*" Birkhäuser, Boston, Berlin

 - ✂ Merino de la Fuente, J.M. "Concepto moderno de la consonancia musical" *Revista de Acústica* Vol. XXXII n° 1 y 2

 - ✂ Parncutt, R. (1988) "*Revision of Terhardt's Psychoacoustical Model of the Root(s) of a Musical Chord*" *Music Perception*, Vol.6(1), 65-93.

 - ✂ Partch, H. (1974) "*Genesis of Music*" N.Y. Da Capo Press

 - ✂ Pierce, J.R. (1983) "*The Science of Musical Sound*" pp 67 (Scientific American Library), Freeman, N.Y.-San Francisco

-
- ✗ Piles Estellés, J. (1982) “*Intervalos y Gammas*” Instituto Valenciano de Musicología. Ed. Piles
 - ✗ Plomp, R (1967) “Beats of mistuned consonances” *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.42, pp 462-474
 - ✗ Plomp, R.; Levelt, W.J.M. (1965) “Tonal consonance and critical bandwidth” *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 38, pp. 883-884
 - ✗ Ramos de Pareja, M. (1482) “*Música práctica*” Baltasar de Hiriberia. Bolonia
 - ✗ Riemann, H. (1970) “*Dictionary of Music*” pp. 796-801. Angerer & Co, London, Da Capo Press, N.Y.
 - ✗ Sambamurthy, P. (1982) “*South Indian Music*” vol. 4 The Indian Music Publishing House, Madras
 - ✗ Sánchez González, J. (1985) “*La música árabe culta oriental*” Coop. Univ. Cisneros. Madrid
 - ✗ Sanchez Gonzalez, J. (1989) “The great ton (8/7) interval in Arab and Related Musics” *Simposio sobre música oriental*, Bagdag (no publicado)
 - ✗ Sethares, W.A. (1993) “Local consonance and the relationship between timbre and scale” *Journal of the Acoustical Society of America*, 94(3). pp. 1218-1228
 - ✗ Stumpf, C. (1898) “*Konsonanz und Dissonanz*” Beitr. Akust. Musikwiss 1. pp. 1-108
 - ✗ Stumpf, C. (1926) “*Die Sprachlaute*” Verlag J. Springer, Berlín. p.281
 - ✗ Terhardt, E. (1974) “Pitch, consonance, and harmony” *Journal of the Acoustical Society of America*, 55(5), 1061-1069.

- ✂ Terhardt, E. (1976/1977) “Ein psychoakustisch begründetes Konzept der Musikalischen” *Acustica* 36, pp121-137
- ✂ Terhardt, E. (1982a) “Die psychoakustischen Grundlagen der musicalischen Akkordgrundtöne und deren algorithmische Bestimmung” Tiefenstruktur der Musik. C.Dahlhaus & M.Krause (Eds.).
- ✂ Terhardt, E., Stoll, G.; Seewann, M. (1982b) “Algorithm for extraction of pitch and pitch salience from complex tonal signals” *Journal of the Acoustical Society of America*, 71(3), 679-688.
- ✂ Terhardt, E., Stoll, G.; Seewann, M. (1982c) “Pitch of complex signals according to virtual-pitch theory: Tests, examples, and predictions” *Journal of the Acoustical Society of America*, 71(3), 671-678.
- ✂ Tyndall, J. (1893) “*Sound*” London: Longmans, Green & Co..
- ✂ Wade, B.C. (2004) “*Music in India – the Classical Traditions*” Monahor
- ✂ Zamacois, J. (1981) “*Teoría de la música*” Ed. Labor